TÜRKMENISTANYŇ BILIM MINISTRLIGI
TÜRKMEN POLITEHNIKI INSTITUTY

S.J.Kakajanowa

Kompýuterde hasaplamagyň matematiki usullary we modelleri

Aşgabat 2010

Sözbaşy

Biziň Baky Bitarap Garaşsyz Türkmenistan döwletimizde ylym we bilim iň öňdebaryjy ugurlar bolup durýarlar. Ylym we terbiýe bermek mugallymyň wajyp borjydyr. Ylymy öwrenmek, oňa öz goşandyňy goşmak her bir okuwçydyr-talybyň borjydyr. Halkymyz bilen hemişe bir jan – bir ten bolup, gije-gündiz berkarar döwletimiziň we onuň bagtyýar raýatlarynyň aladasyny edýän hormatly Prezidentimiz Gurbanguly Berdimuhamedow ýurdumyzy ösüşlerden-ösüşlere alyp barýar. Tutumly işleriň hatarynda döwlet Baştutanymyzyň halkymyzyň ruhy ösüşine, ahlak taýdan kämilleşmegine, ata-babalarymyzyň baý edebi, medeni mirasyny gorap saklamaga, milli medeniýetimiziň, sungatymyzyň gadymy köklerini gaýtadan dikeltmäge, ösdürmäge we döwrümiziň ruhy bilen baýlaşdyrmaga tarap alyp barýan ugry aýratyn möhüm ähmiýete eýedir. Şol beýik işlere mynasyp goşant goşmak bolsa biz ýaşlaryň mukaddes borjy bolup durýar.

Milli Liderimiz ýaşlara hemişe howandarlyk edýär. Ýagny, bizi ýokary derejede höweslendirip, täze döredijilik gözleglerine, hünär ussatlygyna ruhlandyrýar. Häzirki wagtda ýaşlaryň kämillige ýetmegi üçin giň mümkinçilikler bar. Ýurdumyzyň ähli edara-kärhanalarynda, okuw mekdeplerinde iň häzirki zaman tehnologiýalary we kompýuter tehnikalary ornaşdyrylyp, işler ylmy esaslarda ýola goýulýar. Hormatly Prezidentimiz Gurbanguly Berdimuhamedowyň baştutanlygynda ata Watanymyzyň gazanýan üstünlikleri onuň Beýik Galkynyşyň şaýolundan ynamly öňe barýandygynyň subutnamasydyr. Hormatly Prezidentimiz milli kanunçylygyň döwrebaplaşdyrylmagyna, durmuş we senagat infrastrukturasyny ösdürmäge uly üns berýär. ýurdumyzy ykdysady, durmuş we medeni taýdan ösdürmek boýunça alnyp barylýan giň möçberli işlerde bilime berilýän ähmiýet örän ulydyr. Ýurt Baştutanymyz “Döwlet adam üçindir!” diýen şygary öňe sürmek bilen, ýaş nesil hakyndaky alada döwlet işiniň möhüm ugry hökmünde garaýar. Ählihalk tarapyndan biragyzdan Prezident saýlanandan soň Türkmenistanda bilim ulgamyny kämilleşdirmek we bu işi dünýäniň ösen döwletleriniň derejesine ýetirmek maksady bilen hormatly Prezidentimiziň gol çeken ilkinji Permanlarynyň biriniň “Türkmenistanda bilim ulgamyny kämilleşdirmek hakynda” bolmagy-da muny tassyklaýar. Beýik Galkynyş eýýamynda türkmen bilimini ösdürmek boýunça ýüzýyllyklara barabar iş edildi. Muňa türkmen Diýarynda Beýik Galkynyş eýýamynda ýurdumyzyň täze belentliklere tarap ilerlemeginiň esasy sütünleriniň biri bolan bilim ulgamyny dünýä ülňelerine laýyklykda guramak, ylmy-tehniki ösüşiň döwlet maksatnamalaryny yzygiderli we netijeli durmuşa geçirmek maksady bilen alnyp barylýan işleride güwä geçýär.

Modelirlemek barada umumy düşünjeler

Derňew operasiýasy birnäçe ylmy usullaryň toplumy bolup, onuň kömegi bilen öňde goýlan meselä doly derňew bermeklige we ygtybarly çözüwini tapmaklyga mümkinçilik berýär. Operasiýanyň alnyp barlyşy diýe tötänleýindäl (operasiýanyň ýerine ýerine ýetirilmegi üçin şertler, onuň gurnalyşy we ş.m.)

faktorlara bagly bolman, tötänleýin faktorlarada (snarýadlaryň dargamagy,gelýän signallara täsir edýän sesler we ş.m.) baglydyr.

Şonuň üçin derňew operasiýasy dürli şertlerde garaşylýan netijeleri öňünden anyklamaklyk esasy meseleleriň biri bolup durýar. Harby derňew operasiýalary nazaryýeti , bu matematika, tehnika we harby ylymyndan ybarat bolan ylymdyr. Serkerdäniň ýa-da ýolbaşçynyň öňde goýulan meseläniň birnäçe çözüwleriniň içinde in bir oňat netiji berýän çözüwini saýlap almakdan ýbaratdyr. Bu diýildigi derňew operasiýasy serkerdäniň ýa-da ýolbaşçynyň ýerine ýetirýän wezipesini inkär etmeýär.Her bir öňde goýulýan meseläniň ylmy esasda çözülmegi, onuň ygtybarly çözüwini tapmaklyga mümkinçilik berýär.

Birnäçe ylymlar kesgitli hadysalaryň, prosesleriň üstünde işleýar.Meselem, käbir gurluşlary düzmek, maşynlary düzmek we ş.m. üstünde işlenilýär. Derňew operasiýasynyň beýleki ylymlardan tapawudy, ol birnäçe derňew usullaryň kömegi bilen derňew usullary bilen ýerine ýetirýär.Derňew operasiýasynyň aşakdaky ýaly birnäge aýratynlyklary bar.

1. Seredilýän mesele ulgamlaýyn çemelleşilýär.Öwrenilýän meselede hemme faktorlar we baglanyşyklar göz öňünde tutulýar.
2. Meseläni umumylaşdyryp çözmek.Meseläniň matematiki modelini we onuň optimal çözüwini tapmak.
3. Meseläni çözmekde bilimiň dürli ulçamlaryny ulanmak.

Modelirlemek barada umumy düşünjeler

Matematiki modelirlemek, bolup geçýän hadysalary matematiki usulda, ýagny deňlemeleriň, deňsizlikleriň, funksiýalaryň we şuňa meňzeşleriň üsti bilen aňlatmakdyr. Biz mekdepde çözüwi kwadrat deňlemelere ýa-da deňlemeler sistemalaryna getirilýän meselelere seredipdik. Meseläniň şerti tekst görnüşinde berlen. Şol tekstiň esasynda kwadrat deňleme ýa-da deňlemeler sistemasyny düzýärdik. Ine şonda biz meseläniň matematiki modelini işläp taýarladygyňyz bolýar.

Harby meselelerde bolup geçýän hadysalaryň modellerini işläp taýýarlamak üçin şol hadysalary örän çuňňur öwrenmeli bolýar.

Matematiki modelirlemek diýip matematiki programmirlemegiň, ähtimallyk teoriýasynyň, operasiýalary derňemek teoriýasynyň, torly usullaryň we matematiki statistikanyň usullarynyň toplumyna düşünliýär.

Matematiki modelirlemegiň oňaýly we doly kesgitlemesini akademik W.S.Nemçinow berdi. Ýagny matematiki model - bu ýňde goýlan meselelerde bolup geçýän hadysalaryň umumy baglanyşygyny we kanuna laýyklygyny konsentrirlenen görnüşde aňlatmakdyr.

Matematiki modelleriň görnüşleri we modelirlemegiň etaplary

Matematiki modelleriň aşakdaky görnüşleri bar: statsitiki modeller, balans modelleri we optimizasion modeller. Statistiki modelleriň kömegi bilen netijäniň bir ýa-da birnäçe faktorlara baglylygynyň derejesi öwrenilýär we bu baglanyşyk san görnüşinde aňladylýar. Mundan başgada statistiki modelleriň üsti bilen önümçilik funksiýalary düzülýär we ykdysady sistemalary derňemek işleri amala aşyrylýar.

Balans modelleriniň kömegi bilen öndürilýän önümleri pudaklaryň arasynda paýlamak meselesi kwadrat matrisalar görnüşinde aňladylýar. Optimizasion modeller matematiki deňlemeler, deňsizlikler görnüşinde we haýsyda bolsa bir maksat funksiýa görnüşinde aňladylýarlar. Şonda model çözülende meseläniň iň gowy çözüwi hasaplanylýar.

Optimizasion modeller determinirlenen we stahostiki görnüşde bolup bilýärler. Determinirlenen modellerde meseläniň çözüwi başda berlenlere gönüden-göni bagly bolup, olaryń çözüwleri birmanyly kesgitlenilýärler.

Stahostiki (ýa-da ähtimallykly) modellerde meseläniň çözüwi başdaky berlenlere birmanyly bagly bolmaýar we şol berlenleriň üýtgäp durmaklary mümkin. Ýagny informasiýalaryň birnäçeleri biri-birine bagly bolup, olar meseläniň çözüwiniň dowamynda kesgitlenilýärler.

Amaly işlerde esasan determinirlenen modeller ulanylýarlar we bu ugurda köp işler ýerine ýetirlendir.

Ykdysady-matematiki modelirlemek şu aşakdaky etaplardan durýar:

1.Meseläniň goýulyşy we ygtybarlygyň şertini kesgitlemek.
2.Matematiki modeli strukturalaýyn görnüşde işläp taýýarlamak
3.Informasiýalary ýygnamak we olary işläp taýýarlamak.
4.Meseläniň giňişleýin san modelini işläp taýýarlamak
5.Meseläni EHM-de çözmek we çözüwi derňemek.

Meseläniň goýluşy we optimallygyň şertini kesgitlemek

Modelirlenýän obýektler barada nähili informasiýalaryň barlygy doly öwrenilýär we meseläniň nähili maksat bilen modelirlenýändigi doly kesgitlenilýär. Ýagny modeli näme maksat üçin işläp taýýarlanylmalydygy, ony taýýarlamak üçin nähili maglumatlar gerek, olarz nähili taýýarlamaly we olaryň üstünde nähili işlemeli, näme maksat bilen işlenmelidigi kesgitlenilýär.

Meseläniň strukturalaýyn modelini işläp taýýarlamak baza modeli saýlamak, modeliň ýerli şerte görä ulanylyp boljagyny anyklamak, modeli işläp taýýarlamak üçin nähili bellikler geçirmeli, nähili simwollar ulanylmaly we şuňa meňzeş birnäçe işleri geçirmeli, ulanmaga mümkin bolan baza modeli saýlanylýar.

Informasiýalary ýygnamak we işläp taýýarlamak etabynda, saýlanylyp alnan baza modeli üçin gerekli maglumatlaryň görnüşleri kesgitlenilýär, olaryň üstünde geçirilmeli hasaplamalar, koeffisiýentleri taýýarlamak we şuňa meňzeş işler geçirilýär.

Meseläniň giňişleýin san modelini işläp taýýarlamak etabynda ýygnalan we işläp taýarlanylan maglumatlaryň we işläp taýýarlanylýan san modeliniň esasynda meseläniň sanly modeli taýarlanylýar. Ýagny hemme deňlemeler, deňsizlikler işläp düzülýärler we meseläniň maksat funksiýasy işläp taýýarlanylýar. Meseläniň san modelini kompýuterde çözmek üçin oňaýly bolar ýaly, ony matrisa (tablisa) görnüşine geçirýärler.

Meseläni EHM-de çözmek we çözüwi derňemek etabynda bolsa, optimizasion mesele «TORA» programmasy bilen kompýuterde çözülýär we hasaplanylan çözüw derňelýär. Ýagny matematiki tarapdan çözüw dogry bolsada onyň durmuşda ulanarlykly bolmagy üçin modeli birnäçe düzedişler girizip, soňra san modelini täzeden çözmek bolýar.Meseläniń çöýüwi derńelende üýtgeýän ululyklaryń hasaplanylan bahalaryny her bir deńlemä we deńsizlige ornuna goÿup, deńlemeleriń we deńsizlikleriń ÿerine ÿetÿändigini barlanylÿar.

Operasiýalary derňemek nazaryýeti birnäçe ylmy usullaryň toplumy bolup, onuň kömegi bilen seredilýän meselä doly derňew bermeklige we ygtybarly çözüwini tapmaklyga mumkinçilik berýär. Serediýän mesele tötänleýindäl (operasiýanyň ýerine ýetirilýän şerti, onuň gurnalyşy we ş.m.) faktorlara bagly bolmak, tötänleýin faktorlarda (snarýadlaryň dargaýşy, gelýän signaliara täsir edýän sesler we ş.m.) baglydyr.

Şonuň üçin operasiýalary derňemek nazaryýeti dürli şertlerde garaşylýan netijeleri äňünden anyklamaklyk esasy meselesi bolup durýar. Harby operasiýalary derňemek nazaryýeti munuň özi matematika, tehnika we harby ylymlaryndan ybaratdyr.

Çözülýän meseläniň birnäçe çözgütleriniň içinde iň bir oňat netije berjek çözüwini saýlap almak serkerdeleriň we ýolbaşçylaryň esasy wezipesi bolup durýar.

Modelirleýji algoritmler we san hasaplaýjy maşynlarda olaryň ornaşdyrylşy

Modelirleýji algoritmleriň operatorlary shema görňüşinde ýerine ýetirilýärler,sebäbi yzygiderli operatorlaryň toplumynyň esasynda düzülýar.Algoritmyň by ýazylşy logiki strukturasyny doly görkezýar. Modelirleýji algoritmyň operatorlary esasy 3 topora bölmek mümkin:

1.Esasy operatorlar
2.Kömekçi operatorlar
3.Gulluk operatorlar

Esasy operatorlar derňelýän prossesiň aýratyn taktlarynyň immitasiýasy we olaryň ararbaglanyşygy üçin ulanylýärlar. Esasy operatorlar matematiki modeliniň gatnaşygyny üpjün edär we daşky täsiri göňüne tutup önümçilik serişdeleriň elementleriniň funksionirleme prosseslerini kesgitleýärler.

Bulardan tapawutlylykda kömekçi operatorlar prossesiň aktlarynyň immitasiýasyna hiç hili dakylly ýeri bolmaýar. Olar esasy operatorlaryň işine gerekli bolan parametrleriň hasaplamalaryny üpjün edýärler.

Modelirleň gulluk operatorlary matematiki modeliniň gatnaşyklary bilen bagly bolmaýär. Olaw awtomatiki modelirlemede esasy we kömekçi operatorlaryň arabaglanyşygyny üpjün edýärler, algoritmiň sinhronlaşmagyny we käbir ikinji derejeli funksiýalary ýerine ýetirýärler. Gulluk operatorlary modelirlemäniň ululyklarynyň netijesini aňladärlar we olaryň üstünden işlemegini üpjün edärler.

Algoritmleriň shemasynda operatorlaryň belgilenilşi.

Algoritmleriň operator shemasynyň şekillendirilişinde iki sany düýbünden tapawutly synply operatorlary peýdalanmak has amatlydyr: 1) arifmetiki operatorlar we 2) logiki operatorlar.

Arifmetiki operatorlar sozüň giň manysynda hasaplamalar bilen baglanyşykly hereketleri ýerine ýetirýärler. Soňra biz inçe işleri ýerine ýetirmäge niýetlenen arifmetiki operatorlary dürli görnüşlerine serederis. Bu ýerde arifmetiki operator hökmünde biz haýsyda bolsa bir gatnaşygy ýa-da ululyklaryň arasyndaky gatnaşyklar ulgamyny işleýän operasiýalaryň jemini göz öňünde tutýarys. Arifmetiki algoritmleri operatorlaryň nomerini görkezýän indeksleri bolan latyn elipbiýiniň goýy baş harplary bilen belgileýäris. Meselem, A_{31} diýen ýazgyda 31-nji nomerdäki (tertipdäki) arifmetiki operator göz öňüne tutulýar. Arifmetiki operatorlaryň grafiki şekillerdäki (blok shemalaryň kömegi bilen) algoritmlerde içinde ady ýa-da operatoryň funksiýasy (meselem, ýerine ýetirýän gatnaşygy) ýazylan göniburçluklar görnüşinde şekillendireliň.

Islendik arifmetiki operatoryň prinsipial häsiýeti bolup, onuň görkezilen operasiýany ýerine ýetirmesinden soň, hasaplamanyň netijesine seretmezden haýsyda bolsa bir belli operatora geçmegidir (ýa-da biziň başgaça aýdyşymyzda dolandyrylyşygyň geçmegidir). Başgaça sözler bilen aýdylanda arifmetiki operatorda göz öňünde tutulan operasiýalar ýerine ýetirilenden soňra, hasaplamalar prossesi şol operator tarapyndan berlen netijelere garamazdan diňe ýeke-täk ýol bilen dowam edilip bilner.

Arifmetiki operatorlardan dolandyrylyşyň geçişini aşakdaky görnüşde aňladýarys. Eger-de bir operatordan dolandyryş beýleki operatora geçirilýän bolsa, onda berlen operatory aňladýan simwolyň sag tarapynyň ýokarsyna dolandyryş geçirilýän operatoryň nomeri bellenilýär. Meselem, A_{16}^{36} diýmeklik, A_{16} – operatordan dolandyryşy 36-njy nomerli operatora geçirilýändigini aňladýar.

Blok – shema görnüşli modelirleýji algoritmleriň grafiki şekillerinde arifmetiki operatordan dolandyrylyşy geçirilişi operatory aňladýan göniburçlykdan çykýan strelka bilen görkezilýär. Strelkanyň peýkamy dolandyrylyş geçirilýän operatora tarap gönükdirilendir.

Logiki operatorlaryň seredilişine geçeliň. Logiki operatorlar berlen şertleriň adalatlylygyny barlamaga we derňewiň netijelerini aňladýan alamatlary işläp taýarlamaga niýetlenendir. Iň bir sada ýagdaýda berlen şerleriň barlagy iki sanyň deňeşdirmesine deňdir. Simwoliki deňeşdirme operasiýasyny deňsizlik görnüşinde şekillendirmek amatlydyr, meselem: $x < y$. x we y ululyklaryň aňlatmalaryny deňeşdirenimizde, deňeşdirmäniň netijesini aňladýan ω alamatyň1 deň bolan ýagdaýynda $x < y$ deňsizlik adalatlydyr we 0 deň bolan ýagdaýynda bolsa deňsizligiň adalatsyzdygy görünýär. Umumy ýagdaýda logiki operatoryň işiniň netijesi ω alamatyň ululygynyň berlen şertlerde $\omega=1$ deň bolan ýagdaýynda ýerine ýetirildigidir we $\omega=0$ deň bolanda ýerine ýetirilmänligidir.

Logiki operatorlaryň häsiýetli tarapy bolup (arifmetikilerden tapawutlylykda) logiki operatoryň işi ýerine ýetireninden soňra dolandyryşyň berlen logiki operatorlaryň işleýän alamatynyň aňlatmasyna baglylykda, algoritmiň haýsyda bolsa bir operatoryna geçirilýändigidir. Başgaça aýdanymyzda, hasaplamalar prosessiniň dowamynyň ugry hasaplamalaryň netijesine baglydyr, esasan hem berlen logiki operator tarapyndan işlenilýän alamatyň aňlatmasyna baglydyr.

Algoritmleriň operator shemalarynda logiki operatorlar köplenç **P** harpy arkaly aňladylýar we operatoryň nomeri görkezilýär, meselem: $\mathbf{P_9}$ **.** Blok – shemalaryň kömegi bilen görkezilýän algoritmleriň grafiki şekillerinde logiki operator işinde şol operatoryň başlaýan simwoliki şert ýa-da sözleri ýazylan tegelek arkaly şekillendirilýär.

Logiki operatorlardan dolandyrylyşyň geçişini şekillendirmek üçin aýratyn belgiler ulanylýar. Algoritmleriň operator shemalarynda dolandyrylyşy geçirilýän logiki operatoryň simwoly dolandyryş berilýän operatorlaryň nomeri bolan strelkalar bilen üpjün edilýär. Logiki operatoryň simwolynyň sagynda we ýokarsynda görkezilen strelka şol logiki operatoryň barlaýan şerti ýerine ýetirilen ýagdaýynda dolandyryşyň geçirilýän ugruny görkezýär. Logiki operatoryň simwolynyň sagynda we aşagynda goýlan strelka bolsa degişlilikde şol logiki operatoryň barlaýan şerti ýerine ýetirilmedik ýagdaýynda dolandyryşyň geçirilýän ugruny görkezýär. Meselem, $P_{22}^{\uparrow}{}_{22}{}^{35}{}_{\downarrow}12$ diýmek P_{22} logiki operatordan şertler ýerine ýetirilende dolandyryş 35-nji operatora geçirilýär we öz gezeginde şertler ýerine ýetirilmedik ýagdaýynda dolandyryş 12-nji operatora geçirilýär.

Blok – shemaly algoritmlerde logiki operatorlardan dolandyryşyň geçirilişiniň grafiki şekillerinde dolandyrylyşyň geçiş ugruny görkezýän strelkalar birlik ýa-da 0 bilen belgilenilýär, olar berlen logiki operatoryň işleýän alamatynyň aňlatmasyna baglydyr. Şeýlelik-de dolandyryş logiki operatordan barlanýan şert ýerine ýetirilen ýagdaýda birlik bilen belgilenen strelka arkaly, ýerine ýetirilmedik ýagdaýda 0 bilen belgilenen strelka arkaly geçirilýär. Ähli synpdaky (klasdaky) operatorlar, arifmetiki logiki tapawudy ýok, algoritmleriň operator shemalarynda berlen operatordan dolandyryşyň ondan soňraky operatora geçişiniň belgilenilişi göýberilýär.

Indi bolsa operatoryň algoritm shemalarynda beýleki operatorlardan dolandyryşyň berlen operatora geçişiniň şekillendirmekde ulanylýan belgilere seredeliň. Berlen operatora dolandyryşyň geçirilmegi dolandyryş berilýän operatoryň nomeri bilen belgilenilýär, ol berlen operatoryň simwolynyň çep ýokarky böleginde ýazylýar. Meselem, ${}^{16,24}A_{18}$ diýmeklik, № 16-njy we 24-nji operatorlardan dolandyryşyň A_{18} operatora geçirilýändigini aňladýar.

Berlen operatora dolandyryşyň ozalkydan geçişi diňe bu operatora birnäçe operatorlardan dolandyryşyň geçýän halatynda şekillendirilýär.

Bu soňky aýdylanlar elbetde diňe operatorlaryň algoritm shemalaryň aňlatmalaryna degişlidir. Algoritmleriň blok shemalardaky grafik şekilinde dolandyryşyň geçişini degişlilikdäki strelkalar arkaly yzarlamak aňsat.

Algoritmleriň shemasynda käwagt ýene aýratyn ýokarda seredilmedik – hasaplamalaryň tamamlanandygyny operator ulanylýar. Operator shemalarynda ony adatça **Я** simwoly bilen belgileýärler. Algoritmleriň blok shemalardaky grafiki şekilinde bu operatora degişli ýazgysy bolan göniburçlyk görnüşinde şekillendirilýär. Köplenç hasaplamalaryň tamamlanma operatory bilen käbir beýleki operasiýalary birleşdirýärler, meselem: netijeleriň çykarylşy, mysalyň başga görnüşine geçirilşi we ş.m.

Berlen aňlatmalaryň ilýustrasiýasy hökmünde aşakdaky görnüşde deňligiň kwadrat köklerini tapmaklyga niýetlenen algoritmiň mysalyna seredeliň

$$x^2 + px + q = 0 \qquad (1)$$

Belli bolşy ýaly (1) deňligiň çözgüdi aşakdaky formula bilen aňladylýar

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \qquad (2)$$

Aşakdaky operatorlary girizýäris:

A_1 – $\left(-\frac{p}{2}\right)$ hasaplanylşy;

A_2 – $D = \frac{p^2}{4} - q$ hasaplanylşy;

A_3 – $R = \sqrt{\left|\frac{p^2}{4} - q\right|}$ anyklanylşy (köki tapmak);

P_4 – $D \geq 0$ şerti barlmak (3)

A_5 – $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm R$ hakyky köklerini anyklamak;

A_6 – $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm Ri$ kompleks köklerini anyklamak.

Onda seredilýän algoritmiň operator shemasy şu görnüşde bolar

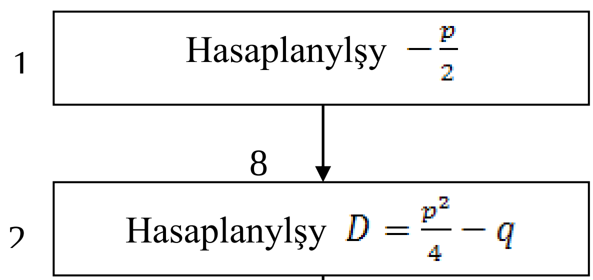
$$A_1 A_2 A_3 P_{4\downarrow 6} A_5^7 A_6^{\ 5,6} Я_7 \qquad (4)$$

Bu algoritmiň 1-nji suratda berlen blok shemasy onuň işleýşi barada aýdyň maglumat berýär.

Algoritmiň işi aşakdaky ýaly geçýär. A_1 operator $-\frac{p}{2}$ ululygyň aňlatmasyny hasaplaýar we dolandyryşy A_2 operatora geçirýär. A_2 operator $D = \frac{p^2}{4} - q$ ululygyň aňlatmasyny hasaplaýar we dolandyryşy A_3 operatora geçirýär. A_3 operator $R = \sqrt{\left|\frac{p^2}{4} - q\right|}$ deňligiň arifmetiki aňlatmasyny anyklaýar we dolandyryşy P_4 operatora geçirýar. P_4 logiki operator $D \geq 0$ şerti barlaýar we ω=1 alamaty, eger bu şert ýerine ýetirilende $(D \geq 0)$, ýa-da ω=0 eger-de ol şert ýerine ýetirilmese $(D < 0)$.

Ilki (3) şert ýerine ýetirildi diýeli $D \geq 0$, onda P_4 operatordan dolandyryş 1 indeksli strelka arkaly A_5 operatora geçiriliýär. A_5 operator (1) deňligiň hakyky kökleriniň ululygyny anyklaýar we dolandyryşy hasaplamalaryň tamamlanandygyny aňladýan $Я_7$ operatora geçirýär (x_1, x_2 berilýär).

Indi P_4 operatora gaýdyp geleliň. Goý $D \geq 0$ şert ýerine ýetirilmesin. Onda P_4 operator dolandyryş 0 indeksli strelka arkaly A_6 operatora geçirilýär. A_6 operator (1) deňligiň kompleks kökleriniň ululygyny kesgitleýär we dolandyryşy $Я_7$ operatora geçirýär.



Çyzykly programmirlemäniň umumy meselesini simpleks - usul bilen çözmek

Çyzykly programmirlemegiň esasy meselesi

Çyzykly programmirlemek material-tehniki we zähmet zerurlaryny rasional we netijeli peydalanmaklygy kesgitlemegiň usuly hökmünde ulanylýar. Bu usuly ulanmaklyk mümkin bolan çozüwleriň içinde iň gowysyny saýlap almaga mümkinçilik döredýär, oňa optimal çözüw diýilýär. Çyzykly programmirlemek diýilmegiň esasy sebäbi hemme şertler çyzykly deňlemeler ýa-da cyzykly deňsizlikler we çyzykly funksiýa görnüşinde anňladylýarlar.

Çyzykly programmirlemegiň meselesiniň optimal çozüwini hasaplamak üçin dürli usullar döredildi. Simpleks-usul, grafiki usul we ş.m. Goý $Z = f(x_1, x_2, ..., x_n)$ Çyzykly funksiýanyň ekstremal bahasyny aşakdaky şertler ýerine ýetende tapmak gerek bolsun.

$$\begin{cases} f_1 = (x_{11}, x_{12}, ..., x_{1n}) = 0 \\ f_2 = (x_{21}, x_{22}, ..., x_{2n}) = 0 \\ f_m = (x_{m1}, x_{m2}, ..., x_{mn}) = 0 \end{cases}$$

Z çyzykly funksiýa bolany üçin, umuman $\frac{\partial z}{\partial x_j} \neq 0$ sistemanyň çozüwleriniň köplügi bolan güberçek köpburçlygyň içinde ekstremal nokatlar bolup bilmez. Ekstremal nokatlar diňe köpburçlygyň araçägine bolýarlar. Bu nokatlary tapmak üçin ýörite usullar bar. Olaryň ilkinjileriň birini akademik L.B.Kontorowiç işläp düzdi. Şu usul häzirki döwürde simpleks-usul ýa-da çozüwi yzygiderli gowulandyrmak usuly diýilip atlandyrylýar.

Çyzykly programmirlemegi amaly işlerde ulanmak üçin esasy şert, ykdysady-matematiki meseläni goýulanda, mesele çyzykly programmirlemegiň usullary bilen çözülip bolar ýaly edilip goýulmalydyr. Meseläniň maksady-haýsyda bolsa bir problemanyň mazmuny bolup, onuň jogabyny tapmak zerurdyr. Mysal üçin, bar bolan gurallary we serişdeleri ulanyp, iň az çykdajylarda önümiň haýsyda bolsa bir görnüşini köp öndürmek. Meseläniň şu goýulyşy, meseläniň maksadyny görkezýär, şertleri we optimallygyň şertini görkezýär.

Çyzykly programmirlemäniň umumy meselesini simpleks-metog bilen çözmek.

Simpleks-metod ençeme özrara baglanşykly çyzykly deňlemeleriň we deňsizlikleriň optimal çözüwini tapmaga müminçilik berýär.

.........max $C=C_1X_1+C_2X_2+\ldots+C_nX_n$ *

$$* \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n * b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_{22} + \ldots + a_{2n}x_n * b_2 \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n * b_m \end{cases}$$

$$x_i \geq 0 \ (i = \overline{1, n})$$

Bu usulyň kömegi bilen ähli mümkin bolan çözüwleriň içinden çyzykly funksiýanyň maksimal ýa-da minimal bahasyna degişli bolan ýeke-täk çözüwi saýlap bolýar.

Bir meseläniň üsti bilen simpleks-metodyň algoritmine seredeliň:

max $C = 6x_1 + 3x_2$ tapmaly.

$$\text{Eger} \quad \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \leq 840 \\ x_1 \leq 150 \\ x_2 \leq 200 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0; \qquad x_2 \geq 0$$

Çözüwi:

Bu meseläniň sm bilen çözmek üçin deňsizlikler ulgamyny ekwiwalent bolan deňlikler ulgamyna öwürmeli. Onuň üçin her bir deňsizlige položitel bahasy bolan bir näbellini goşmaly. Onda alarys:

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 840 \\ x_1 + x_4 = 150 \\ x_2 + x_5 = 200 \end{cases}$$

$xj \geq 0 \quad (j = \overline{1,5})$

Goşmaça goşulan näbellileri tapalyň:

$$\begin{cases} x_3 = 840 - (4x_1 + 3x_2 + x_3) \\ x_4 = 150 - x_1 \\ x_5 = 200 - x_2 \end{cases}$$

Basiz üýtgeý.	Hemişelik üýtgeý.	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_3	840	4	3	1	0	0
x_4	150	1	0	0	1	0
x_5	200	0	1	0	0	1
C	0	-6	-3	0	0	0

Tablisanyň soňky setirine seredeliň we otrisatel bahalaryň moduly boýunça iň ulusyny saýlamalay. Biziň ýagdaýymyzda $|-6| > |-3|$. onda x_1 sütün seredilýär. Bu sütünde iki sany položitel element bar. Olary degişli hemişelik üýtgeýänlere bölüp kiçisini saýlamaly.

Ýagny 840 / 4 we 150 / 1

Kiçisi: 150

Şeýlelikde, x4 setir we x1 sütün çözüw kesişmesi bolýar.

Indi basiz üýtgeýänler x_3, x_1, x_5 bolar. x1 sütüniň elementlerini nula öwürmeli, onda alarys:

Basiz üýtgeý.	Erkin üýtgeý.	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_3	240	0	3	1	-4	0
x_1	150	1	0	0	1	0
x_5	200	0	1	0	0	1
C	900	0	-3	0	6	0

Soňky tablisanyň soňky setirinde otrisatel koeffisiýent –3 deň.

Çözüw sütüni x_2 we alarys:

Basiz üýtgeý.	Erkin üýtgeý.	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_2	80	0	1	1/3	-4/3	0

x_1	150	1	0	0	1	0
x_3	120	0	0	-1/3	4/3	1
C	1140	0	0	1	2	0

Soňky setirde otrisatel element ýok onda optimal plan alyndy diýilýär.

Optimal plana görä:

max C = 1140, x_1 = 150, x_2 = 80, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 120

Şeýlelikde simpleks-usulda meseläni çözmekligiň algoritmi şu aşakdaky etaplardan düzülendir:

1) Berlen deňsizlikleriň ulgamynda her bir deňsizlige bir položitel näbellini goşmaly.
2) Simpleks tablisany gurmaly.

Basiz üýtgeý.	Erkin üýtgeý.	x_1	x_2	…..	x_n	x_{n+1}	….	x_{n+m}
x_{n+1}	b_1	a_{11}	a_{21}	…..	a_{1n}	1	….	0
x_{n+2}	b_2	a_{21}	a_{22}	…..	a_{2n}	0	….	0
….	….	….	….	…..	….	….	….	…
x_{n+m}	b_m	a_{m1}	a_{m1}	….	a_{mn}	0	….	1
C	0	$-C_1$	$-C_2$	….	C_n	0	….	0

3) Opor plany optimallyga barlamaly. Plan optimal bolýar, eger soňky setirinde otrisatel elementi ýok bolsa, garşylykly ýagdaýda indiki etapa geçmeli.
4) $C_e = \min \{C_j\}$, $C_j < 0$

formula boýunca çözüw sütünini saýlamaly.

5) Çözüw k – setirini saýlamaly

$$\frac{b_k}{a_{kl}} = \min\left\{\frac{b_i}{a_{il}} -\right\},\ a_{il} > 0$$

6) Simpleks- tablisanyň elementlerini şu aşakdaky formula boýunça hasaplamaly.

$$b_k^1 = b_k / a_{kl}, a_k^1 j = \frac{a_{kj}}{a_{kl}}; (j = \overline{1, n+m}, k - s\ddot{u}t\ddot{u}n)$$

$$b_i^1 = b_i - \frac{b_k}{a_{kl}} \cdot a_{il} (i = \overline{1, n+m});$$

$$a_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{kj}}{a_{kl}} \cdot a_{il} (i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n+m})$$

$$C_0^1 = C_0 - \frac{b_k}{a_{kl}} \cdot C_l, C_j^1 = C_j - \frac{a_{kj}}{a_{kl}} \cdot C_e (j = \overline{1, n+m})$$

7) 3-nji etapa geçmek.

Emeli bazis usuly

Çyzykly programmirlemegiň umumy meselesi

Çyzykly programmirlemegiň umumy meselesine seredeliň.

Tapmaly min C = $\sum c_j \; x_j$ (1)

we şu aşakdaky şertlerde:

$\sum a_{ij} x_j = b_i$ $(i = \overline{1,m})$ (2)

$x_j \geq 0$ $(j = \overline{1,n})$

bu ýerde $b_i \geq 0$ we (2) ulgam birlik matrisany saklamaýar.

Birlik matrisany almak üçin her bir deňlige emeli üýtgeýänleri y_i $(i = \overline{1,m})$ goşmaly.

Bir meselä seredeliň:

min F = $\sum y_i$

min C = $\sum C_j X_j$ tapmaly

şu aşakdaky şertlerde.

$\sum a_{ij} x_j + y_i = b_i$

$x_j \geq 0$, $y_i \geq 0$. $(j = \overline{1,n}; i = \overline{1,m})$

Berlen meseläniň çözüwi üçin impleks tablisany düzeliň.

Basiz üýtgeý.	Erkin üýtgeý.	x_1	x_2	x_3	….	x_n
y_1	b_1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	…..	a_{1n}
y_2	b_2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	…..	a_{2n}
….	….	….	….	…..	…..	….
y_n	b_m	a_{m1}	a_{m2}	a_{m3}	….	a_{mn}
F	$\sum b_m$	$\sum a_{i1}$	$\sum a_{i2}$	$\sum a_{i3}$	…..	
C	0	$-C_1$	$-C_2$	$-C_3$	…..	$-C_n$

Hasaplama F setiriň položitel elementi boýunça çözüw sütüni saýlanylýar. Çözüw setirini saýlamak we simpleks tablisasy adaty usulda gurulýar. Iterasiýa usuly tä opar plan alynýança dowam edýär. Bu ýagdaýda F setiriň ähli elementleri 0 deň bolar.

Soňra adaty simpleks-usuly boýunça C setir boýunça çözüw sütüni saýlanýar.

Önümçilikde çyzykly programmirlemegiň usullaryndan peýdalanylyp çözülýän meseleler

Çyzykly programmirlemege, getirilip çözülýän dokma kärhanalaryndaky meseleleriň köplügini aşakdaky dört topara bölüp bolýar.

1.Assortiment meseleleri;

2.Çig mallary optimal peýdalanmak meseleleri;

3.Önümçilik kuwwatlygyny ulanmak meseleleri;

4.Transport meseleleri;

Birinji topara girýän meseleleriň maksady öndürilmeli önümleri assortimenti boýunça maşynlaryň, stanoklaryň we ş.m. arasynda nähili paýlamaly.

Ikinji topara girýän meseleleriň maksady, önümi öndürmek üçin çig mallaryň haýsy görnüşlerini näçe mukdarlarda gerek.

Üçünji topara girýän meseleleriň maksady öndürilmeli önümleriň mukdarlaryny hasaplamak, öndürilýän önümleriň strukturasyny kesgitlemek, tehnologiki prosesleriň parametrlerini hasaplamak girýärler.

Dördünji topara girýän meseleleriň maksady haýsyda bolsa resurslary taýarlaýjylaryň oňaýlylaryny saýlamaga we öndürilen önümleri optimal ýerleşdirmegiň çözüwini tapmaga mümkinçilik berýär. Eger meseläniň maksady kesgitlenmese ýa-da şol bir wagtyň özünde meseläniň birnäçe maksady bolsa, onda mesele çyzykly programmirlemek bilen çözülip bilinmez.

Çyzykly programmirlemek bilen çözülýän meselelriň goýulşy we çözülşi aşakdaky etaplardan durýar.

1.Optimallygyň şertini saýlamaly.
2.Meseläni çözmek üçin gerekli maglumatlary ýygnamak.
3.Meseläniň şertine görä san modeli işläp taýýarlamak.
4.Hasaplamanyň rasional düzümini ýa-da çözüwiň algoritimini saýlamak.
5.Elektron-hasaplaýyş maşynyň kömegi bilen meseläni çözmek.
6.Alnan çözüwi derňemek.

Meseläni çözmek üçin optimallygyň şertini saýlamak işiň esasy etaplarynyň biridir. Optimallygyň şertiniň mümkin bolan görnüşleriniň içinden has oňaýlysyny saýlamaly. Mysal üçin, çig mallary optimal peýdalanmak meselesi çözülende optimallygyň şerti çig mallar üçin iň az çykdajylary alynsa maksada laýyk bolýar. Kä halatlarda ýüpligi optimal fizika-mehaniki häsiýetleri bilen almak zerur şert bolýar.

Şu ýagdaýda optimallygyň şerti bolup, ýüpligiň iň gowy häsiýetlerini almak hyzmat edip biler.
(ýüpligiň uzynlygyny artdyrmak, çyzykly dykyzlygynyň deň dälligi we ş.m.) Optimallygyň şerti kesgitleneninden soň meseläniň modelini işläp taýýarlamak üçin gerekli maglumatlary ýygnamak we olaryň üstünde işlemek etaby uly orun tutýar. Bu etapda kärhana boýunça ilkinji dokumentleri dogry hasaba almak, takyk maglumatlary taýýarlamak we olaryň üstünde birnäçe işleri geçirmek talap edilýär.

Modelirlemek etabyna taýar informasiýalary ulanyp hemme ykdysady-tehnologiki prosesleri deňlemeler we deňsizlikler görnüşinde aňlatmak degişlidir. Üýtgän ululyklaryň arasyndaky mukdar gatnaşyklary aňlatmak, optimallygyň şertini funksiýa görnüşinde aňlatmak şu etaba degişli bolýar.

Indiki etapda hasaplamagyň algoritmi, ýagny hasaplamanyň usuly saýlanylýar. San modeli kompýuterde çözülenden soň iň soňky etapda meseläniň çözüwi derňelýär. Ýagny, üýtgeýän ululyklaryň hasaplanyp çykarylan bahalary ulanarlyklymy ýa-da ýok. Eger gerek bolsa san modeline düzedişler girizliip, ol kompýuterde täzeden çözülýär.

2.Çyzykly programmirlemegiň umumy meselesini emeli bazis usuly bilen mesele çözmek

Mysal:

$$\begin{cases} x_1 + 0{,}5x_2 + 0{,}2x_3 + 0{,}3x_4 \geq 0{,}2 \\ 9x_1 + 5x_2 + 2{,}1x_3 + 0{,}9x_4 \geq 1{,}3 \\ x_1 \geq 0{,}08 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0 \qquad (j = 1{,}2{,}3)$$

Şertde min C = $5{,}2x_1 + 1{,}4x_2 + 0{,}5x_3 + 0{,}6x_4$ tapmaly

Çözülişi:

Deňsizlikleriň ulgamyny dňlige öwürli we täze ulgam alarys:

$$\begin{cases} x_1 + 0{,}5x_2 + 0{,}2x_3 + 0{,}3x_4 - x_5 + y_1 = 0{,}2 \\ 9x_1 + 5x_2 + 2{,}1x_3 + 0{,}9x_4 - x_6 + y_2 = 1{,}3 \\ x_1 - x_7 + y_3 = 0{,}08 \end{cases}$$

$$C = 5{,}2x_1 + 1{,}4x_2 + 0{,}5x_3 + 0{,}6x_4 \to \min$$

Soňky deňlemeler ulgamyny y_1, y_2, y_3 näbellilere görä çözeliň we F = $y_1 + y_2 + y_3$ kömekçi funksiýany girizeliň.

Onda alarys:

$$\begin{cases} y_1 = 0{,}2 - (x_1 + 0{,}5x_2 + 0{,}2x_3 + 0{,}3x_4 - x_5) \\ y_2 = 1{,}3 - (9x_1 + 5x_2 + 2{,}1x_3 + 0{,}9x_4 - x_6) \\ y_3 = 0{,}08 - (x_1 - x_7) \\ F = 1{,}58 - (11x_1 + 5{,}5x_2 + 2{,}3x_3 + 1{,}2x_4 - x_5 - x_6 - x_7) \\ C = o - (-5{,}2x_1 - 1{,}4x_2 - 0{,}5x_3 - 0{,}6x_4) \end{cases}$$

Birinji simpleks tablisany guralyň we minimallaşdyralyň.

Emeli	Azat agza	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
y_1	0,2	1	0,5	0,2	0,3	-1	0	0
y_2	1,3	9	5	2,1	0,9	0	-1	0
y_3	0,08	1	0	0	0	0	0	-1
F	1,58	11	5,5	2,3	1,2	-1	-1	-1
C	0	-5,2↑	-1,4	-0,5	-0,6	0	0	0

F setiriň uly položitel koeffisenti boýunca çözüw sütüni kesgitläliň, soňra çyzüw sütünini kesgitläliň soňra çözüw setirini tapalyň. Çözüw elementi 1deň.

Emeli	Azat agza	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
Y_1	0,1	0	0,5	0,2	0,3	-1	0	1
Y_2	0,6	0	5	2,1	0,9	0	-1	9
X_1	0,08	1	0	0	0	0	0	-1
F	0,7	0	5,5	2,3	1,2	-1	-1	10
C	0,4	0	-1,4	-0,5	-0,6	0	0	-5,2

F setiriň iň uly položitel koeffisenti boýunça y_2 çözüw sütünini tapýarys, (y_2) çözüw setirini kesgitleýäris we çözüw elementi (9) üçünji simpleks tablisany düzeliň.

Emeli	Azat agza	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
y_1	0,03	0	0,06	0,03	0,2	-1	0,1	0
x_7	0,067	0	0,56	0,23	0,1	0	-0,1	1
x_1	0,15	1	0,56	0,23	0,1	0	-0,1	0
F	0,03	0	-0,06	-0,03	0,2	-1	-0,1	0
C	0,55	0	1,5	-0,7	-0,1	0	-5,2	0

Çözüw sütüni x_4 bolar, setir y_1 bolar, çözüw elementi 0,2 bolar.

Emeli	Azat agza	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
x_4	0,15	0	-0,3	0,15	1	-5	0,5	0
x_7	0,08	0	0,59	0,23	0	0,5	-0,15	1
x_1	0,17	1	0,59	0,23	0	0,5	-0,15	0
F	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0,57	0	1,47	0,6	0	-0,5	-4,7	0

F setirde diňe nul koeffisent dur. Onda F minimallaşdyryldy, bahasy nula deň.

Emeli	Azat agza	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
x_4	0,2	0	0	0,27	1	-5,2	0,4	0,5

x_2	0,13	0	1	0,4	0	0,8	-0,3	1,6
x_1	0,09	1	0	0	0	0	3	-1
C	0,37	0	0	0	0	-1,7	-4,4	-2,4

C setiriň iň uly položitel koeffisent boýunça x_2 çözüw sütüni kesgitleýär. x_7 çözüw setiri bolar, çözüw elementi 0,59.

Emeli	Azat agza	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
x_4	0,2	0	0	0,27	1	-5,2	0,4	0,5
x_2	0,13	0	1	0,4	0	0,8	-0,3	1,6
x_1	0,09	1	0	0	0	0	3	-1
C	0,37	0	0	0	0	-1,7	-4,4	-2,4

Soňky setirde položitel element ýok, onda bu tablisa optimal. Onda alarys:

x_1 = o,09; x_2 = 0,13; x_3 = 0; x_4 = 0,2; C = 0,37.

Ikeldilen mesele

1. Çyzykly prorammirlemegiň 2-sany meselesi

Çyzykly prorammirlemegiň 2-sany meselesine seredeliň.

$$\max F = \sum_{j=1}^{n} c_j \cdot x_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \qquad (1)$$

$$x_j \ge 0 \left(i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,m}\right)$$

$$\min Z = \sum_{i=1}^{m} b_i y_i$$

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} y_j \ge c_j \qquad (2)$$

$$y_i \ge o \left(i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,m}\right)$$

Bu meseleler şu aşakdaky häsiýetlere eýe:

1) Eger (1) mesele gyzykly funksiýanyň maksimumyny tapmaly bolsa, (2) mesele minimum tapmaly.

2) (1) meseläniň bitin funksiýznyň koeffisenti ikinji meseläniň çäklendirilen ulgamynyň azot agzlary bolýar.
3) (1) meseläniň çäklenen ulgamynyň azot agzasy (2) meseläniň çyzykly funksiýanyň koffisenti bolýar.
4) Çäklenen ulgmyň üýtgeýänleriniň koeffisentleri bir-birine otnositillikde pranponirlenen matrisalar ýaly aňladylýar.
5) Çäklenen ulgamda bir meseläniň deňsizlikleriň sany beýleki meseläniň üýtgeýänleriniň sanyna gaat gelýär.

Sanalan şertleri kanagatlandyrýan meselelere özara ikeldilen meseleler diýilýär.

Lemma 1. Eger F(x*) = Ž(y*) (1) we (2) meseleleriň x* we y* käbir plany üçin ýerine ýetýän bolsa, onda x* - berlen meseläniň optimal plany, y* bolsa ikeldilen meseläniň optimal plany.

Teorema1. Eger (1) we (2) ikeldilen meseleleriň biri optimal plana eýe bolsa we meseleleriň bitin funksiýalaryň bahalary optimal planda deň bolsalar, ýagny max F=minŽ. Eger meseleleriň biriniň bitin funksiýasy çäklenmedik bolsa, onda beýleki meseläniň çözüwi ýok.

Teorema2. *(1) meseläniň x* = (x_1*, x_2*, ..., x_n*) plany we (2) meseläniň y*=(y_1*,y_2*,....,y_n*) plany optimal plany bolýar, haçanda j üçin şu aşakdaky deňlik ýerine ýetse:*

$$\left(\sum_{i=1}^{m} aijyi^* - c_j\right)x_i^* = 0$$

Ikeldilen meseläniň çözüwi berlen meseläniň soňky simpleks tablisasynda sütünde degişli goşmaça üýtgeýänleriň bahasy bilen alynýar.

Mysal.

I. Berlen mesele

min F = Cx

Ax = B

x≥0

ikeldilen mesele

max Ž = By

Ay ≤ C

Mysal.

II. Berlen mesele

F= 12x_1 + 10x_2 → max

$$\begin{cases} 13x_1 + 12x_2 \le 260 \\ 4x_1 + 4x_2 \le 124 \\ 3x_1 + 14x_2 \le 280 \end{cases}$$

ikeldilen mesele

Ž = 2y_1 + 124y_2+280y_3 → min

$$\begin{cases} 13y_1 + 4y_2 + 3y_3 \ge 2 \\ 12y_1 + 4y_2 + 14y_3 \ge 10 \\ y_1 \ge 0, y_2 \ge 0, y_3 \ge 0. \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 13 & 12 & 0 \\ 4 & 4 & 0 \\ 3 & 14 & 0 \end{pmatrix} \quad -? \quad \begin{pmatrix} 13 & 4 & 3 \\ 12 & 4 & 14 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Çözülişi:

Berlen meseläni simpleks usul bilen çözeliň:

Baszis	C bazis	B	12	10	0	0	0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	0	260	13	2	1	0	0

x_2	0	124	4	4	0	1	0
x_3	0	280	3	14	0	0	0
F	-	0	-12	-10	0	0	0

Baszis	C bazis	B	12	10	0	0	0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	12	18	1	0	0,09	-0,04	0
x_2	0	13	0	1	-0,09	0,3	0
x_3	0	47	0	0	0,22	-4	-1
F	-	240	0	-8,2	0,9	0	0

Baszis	Bazis	B	12	10	0	0	0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	12	18	1	0	0,09	-904	0
x_2	10	13	0	1	0,09	0,3	0
x_3	0	47	0	0	0,22	-4	1
F	-	346	0	0	0,2	2,4	0

Optimal çözüw x*=(18, 13, 0, 0, 47) max F = 346
Bu tablisany peýdalanyp ikeldilen meseläniň optimal çözüwini tapýarys.
y* = (0,2; 2,4; 0) min Ž = 346

Ikeldilen simpleks usuly

Ikeldilen simpleks usuly (položitel bazisde) islendik alamatly erkin agzasy bolan položitel bazisde çäklenen ulgamly meseleleri çözmekde ulanylýar. Bu usul simpleks tablisanyň ölçegini kiçeldýär.

Mysal

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \geq 6 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 2 \end{cases} \qquad F = 2x_1 - x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$x_j \geq 0 \ \ (j = 1,2,3)$$

Çözülişi:

Max F = $2x_1 - x_2 + x_3$

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = -6 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + x_5 = 2 \end{cases}$$

$$x_j \ge 0 (j = 1,2,3)$$

Optimal plany almak üçin adaty simpleks usuly peýdalydyr.

Bazis	C bazis	B erkin agza	+2	-1	1	0	0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_4	0	-6	-1	-1	-1	1	0
x_5	0	2	2	-1	1	0	1
F	-	0	-2	1	-1	0	0

Bazis	C bazis	B erkin agza	2	-1	1	0	0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_4	0	-5	0	$-\frac{3}{-2}$	$-\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$
x_1	2	1	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
F	-	2	0	0	0	0	1

Soňky tablisanyň soňky setirinde otrisatel element ýoklygy üçin alnan planyň optimaldygyny aňladýar, ýöne B sütünde otrisatel elementiň bolmagy meýilnamanyň ýeterlikli däldigini aňladýar.Ikeldilen simpleks usulyny peýdalanyp, bu meýilnamany ýetelikli plana öwüreliň. Onuň üçin B sütünde otrisatel elementleriň absolýut ululygy boýunça iň uly elementi bilen çözüw setirini tapýas.Bu mysalda çözüw setiri

1 setir

Çözüw sütünini absolýut ululygy boýunça iň kiçi elementi boýunça saýlanýar. Eger çözüw setirinde otrisatel element ýok bolsa, onda mesele çözüwsiz. Çözüw sütüni 2 sütün çözüw elementi $a_{12} = -\frac{3}{2}$

Adaty simpleks usulyny peýdalanyp täze tablisa alarys. Eger meýilnama ýeterlikli däl bolsa, onda bu proses dowam edýär.

B sütünde otrisatel elementiň bolmazlygy meýilnamanyň optimaldygyny görkezýär.

Bazis	C bazis	B erkin agza	2	-1	1	0	0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_4	-1	$\frac{10}{3}$	0	1	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
x_1	2	$\frac{8}{3}$	1	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
F	-	2	0	0	0	0	1

max F = 2

$x_1 = \frac{8}{3}$, $x_2 = \frac{10}{3}$, $x_3 = 0$

max $F = 5x_1 - x_2 - 4x_3$

$$\begin{cases} -x_2 + 2x_3 \geq 9 \\ -x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 + x_2 - 30x_3 \geq 8 \\ x_1 - x_3 \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 - 2x_3 + x_4 = -9 \\ -x_1 + x_2 + x_5 = 1 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 + x_6 = 8 \\ x_1 - x_3 + x_7 = 4 \end{cases}$$

Bazis	C bazis	B erkin agza	5	-1	-4	0	0	0	0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
x_4	0	-9	0	1	-2	1	0	0	0
x_5	0	1	-1	1	0	0	1	0	0
x_6	0	8	1	1	-3	0	0	1	0
x_7	0	4	1	0	-1	0	0	0	1
F	-	0	-5	1	4	0	0	0	0

Çyzykly programmirlemäniň transport meselesi

Çyzykly programmirlemäniň transport meselesiniň goýluşy

Transport meselesi –bu bir hili önümiň üpjün edilijiden alyjylara, çykdaýjylara nukdaýnazar, rasional daşama planyny tanak meselesidir. Transport meselesiniň şertlerini tablisa görnüşde ýazýarlar.

Alyjyar we olaryň islegi	1	…	J	…	n
	B_1	…	B_i	…	B_n
A_1	C_{11} X_{11}	…	C_{lj} X_{lj}	…	C_{ln} X_{ln}
…	…	…	…	…	…

A_i	C_{i1} X_{i1}	…	C_{ij} X_{ij}	…	C_{in} X_{in}
…	…	…	…	…	…
A_m	C_{m1} X_{m1}	…	C_{mi} X_{mi}	…	C_{mn} X_{mn}

Tablisadaky C_{ij} koeffisentleri i-nji üpjün edijiden j-nji alyja önüm birligi çykdaýjylaryny aňladýar; A_i –bu i-nji üpjün edijiniň kuwwaty, B_j –bu j-nji alyjynyň islegi, X_{ij}-önümiň i-nji üpjün edijiden j-nji alyja daşalmaly näbelli san mukdary.

Transport meselesiniň matematiki modeli aşakdaky görnüşde bolýar.

Çyzykly funksiýanyň has kiçi manysyny tapmaly.

$$C=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}C_{ij}X_{ij}$$

aşaky şertlerinde:

$$\sum_{j=1}^{n}X_{ij}=A_i\left(i=1,2,....,m\right)$$

$$\sum_{i=1}^{m}X_{ij}=B_j\left(j=1,2,...,n\right)$$

Modelde $\sum_i A_i=\sum_j B_j$ bolsa, onda oňa ýapyk diýilýär.

Eger-de $\sum_i A_i\neq\sum_j B_{jj}$ bolsa, onda transport meselesiniň modeli acyk bolýar.

Açyk modeliň çözüwini tapmak üçin ony, galp üpjün ediji (alyjy) girizmek arkaly ýapyk görnüşe getrimeli.

Eger-de $\sum_i A_i\langle\sum_j B_j$, onda tablisada has kiçi bahany saýlalyň. Böýle görkeziji 1-deň, A_2B_1 we A_3B_4 gözeneklerde ýerleşýär. Bu gözenekleri dolduralyň:

$$X_{22}=\min\{150,75\}=75 \qquad we \qquad X_{34}=\min\{50,85=50\}$$

Bahalar tablisasynda galan has kiçi baha A_2B_2 gözenekde ýerleşen bahadyr. Oňa ýazýarys:

$$X_{22}=\min\{150-75,80\}=75$$

Bahalar tablisasynda ýene-de has kiçi bahany saýlarys we şol prosesi hemme zapaslar ýerbe-ýer goýulýança şeýle-de islegler kanagatlanýança dowam edýäris. Netijede plan (tab2) alarys.

Plan stiklleri saklamaýar we alty m+n-1=3+4-1= položitel daşamalarda ybarat. Diýmek, öwrülme direg plany bolýar.

Onuň bahasyny kesgitläliň.

C = 5*7+1*60+5*35+1*75+2*75+50*1=665 (birl.)

Ilkinji direg plany gurnalandan soň onuň optimallygyny barlaýarlar. Eger-de alynan plan optimal däl bolsa, onda üpjüçilikler täzeden ýerbe-ýer goýulýar.

Meseläni paýlaýjy metod bilen çözmek

I. Mysal.

Meseläni paýlaýjy metod bilen çözmeli. Tabl. 3.

B_j / A_j	70	120	105	105
90	14	8	17	5
180	21	8	17	5
130	3	5	8	4

Ilkinji direg çözüwi “minimal baha” diýilýän düzgüniň kömegi bilen gurýarys. Onda,

B_j / A_j	70	120	105	105
90	14	8 45-	17	5
180	21	10 75	7	11
130	3	5 +	8	4

Haçanda C = 8*45+5*45+10*5+1*75+7*105+3*70 + 4*60=2520 (birl.)

Ilkinji plany alýarlar we onuň optimallygynyň herr bir boş gözenek üçin $\Delta_{i\,j}$ häsiýetnamasyny hasaplap, barlaýarlar.

$$\Delta_{11} = 14\text{-}5\text{+-}3 = 10$$

$$\Delta_{13} = 17-8+10-7 = 12$$

$$\Delta_{21} = 21-3+4-5+8-10 = 15$$

$$\Delta_{24} 11-5+8-10 = 4$$

$$\Delta_{32} = 5-8+5-4 = -2<0$$

$$\Delta_{33} = 8-7+10-3+5-4 = 4$$

Bu ýerde Δ_{32} <0, onda plan optimal däl. Täze direg planyna geçiş Δ_{32} üçin zynjyrda amala aşyrylýar. Zynjyr butçlarynyň depelerine gezek –gezegine (+,-,+,-,...) alamatlaryny boş gözenekden başlap berýärler.

Otrisatel ýaryş zynjyryň önüm üpjünçilik mukdaryndan has kiçisini saýlap alýarlar we täzeden oturtmany geçirýärler.

$$\lambda = \min\{45{,}60\} = 45$$

Tablisany doldurýarlar.

B_j / A_j	70	120	105	105
90	14	8	17	5 90
180	21	10 75	7 105	11

130	3 70	5 45	8	4 15

Daşamanyň çykdaýjylary C = 2430 (birl.)

Täze hasaplama üçin Δ_{ij} hasaplap onuň optimallygyny barlaýarlar.

Δ_{11} = 14-5+-3 = 10

Δ_{12} = 8-5+4-5 = 2

Δ_{13} = 17-5+4-5+10-7 = 4

Δ_{21} = 21-10+5-3 = 13

Δ_{24} 11-4+5-3 = 2

Δ_{33} = 8-5+10-7 = 6

Otrisatel häsiýetnamalaryň ýoklugy alnan planyň optimaldygyna şaýat bolup durýar.

Çyzykly programmirlemäniň transport meselesini porensiallaryň usuly bilen çözmek

Çyzykly programmirlemäniň transport meselesini porensiallaryň usuly bilen çözmek

Meseläniň porensiallaryň usuly bilen çözmeli.

A_j \ B_j	75	80	60	85
100	6	7	3	5
150	1	2	5	6
50	8	10	20	1

Çözüwi.

Ilkinji direg çözüwini “minimal baha” düzgüne laýyk gurýarys. Haçanda

C = 5*7+3*60+5*35+1*75+2*75+1*50 = 665 bolanda

A_j \ B_j	75	80	60	85	α_i
100	6	7 5	3 0	5 35	0
150	1 75	2 75	5	6	-5
50	8	10	20	1	-4
β_i	6	7	3	5	

alarys.

Alynan plan optimallygy barlaýar.

X_{ij}>0 (bellenen gözenekler) üçin $\alpha_i + \beta_i = C_{ij}$ formuladan peýdalanyp, α_i setirleriň we β_i sütünleriň potensiallaryny kesgitleýärler.

Potensiallryň manylaryny tablisa goýuşdyrýarlar. Eýesiz gözenekler üçin $C_i = \alpha_i + \beta_j$ hasaplaýarlar we C_{ij} bilen deňeşdirýärler.
Alynan plan optimaldyr. Çünki hemme i we j üçin (gözenekler) $C_j \le C_{ij}$. Eger-de käbir gözenekler üçin $C_j \le C_{ij}$ bolan ýagdaýda (e,k) gözenek zynjyrynda üpjünçilikler täzeden ýerbe-ýer goýulýar. Ýerbe-ýer goýmak üçin (e,k) gözenegiň saýlanylyşy $C_k > C_{ek} = \max (C_j - C_{ij})$ prinsip arkaly amala aşyrylýar

Onda $A_{inti} = \sum_j b - \sum_i A_i$ galp üpjün edijini girizmeli.

Daşama baha C_{m+1};j=0. ($j=\overline{1,n}$)
Eger $\sum_i A_i \rangle \sum_j B_j$ bolsa onda
$B_{n+1} = \sum_i A_i - \sum_j B_j$ göwrümli galp alyjyny girizmeli.
Daşama baha $C_{in+1}=0$ ($i=\overline{1,m}$). Transport meseläniň optimal planyny tapmak plany opor planyndan başlanýar.
Transport meseläniň ilkinji opor planyny gurmagyň birnäçe usullary bar. Olara mysallarda seredip geçeliň.
“demirgazyk-günbatar burç” usuly. Goý tr.mes.şertleri 1 tablisada berlen bolsun.

A_j \ D_j	75	80	60	85
100	6 75	7 25	3	5
150	1	2 55	5 60	6 35
50	8	10	20	1 50

Bu usul boýunça başlangyç opor planyny guralyň.
(1)tablisada doldurylmadyk demirgazyk-günbatar burçdan başlanýar.
$X_{11} = \min\{A1, B1\} = \min\{100,75\} = 75$

$X_{i1} = 0(i = 2,3)$

we şuňa meňzeşlikde

$X_{12} = \min\{100 - 75,80\} = 25.$ $\quad X_{ij} = 0(j = 3,4)$

$X_{22} = \min\{150,80 - 25\} = 55,$ $\quad X_{32} = 0$

$X_{23} = \min\{150 - 55,60\} = 60,$ $\quad X_{33} = 0$

$X24 = \min\{150 - 55 - 60,85\} = 35,$

$X_{34} = \min\{50,85 - 35\} = 50$

Şunuň bilen ilkinjiopor plan gurmaklykgutarýar. (1) tablisadan görnüşi ýaly plan m+n-1=3+4-1=6
Baha: C = 6·75+7·25+2·55+5·60+6·35+1·50=1295. (birl.)

Çyzykly programmirlemäniň bitinsanly meselesi

Çyzykly programmirlemäniň bitinsanly meselesiniň goýluşy

Çyzykly programmirlemäniň bitinsanly meselesi çyzykly programmirlemäniň umumy meselesinden diňe üýtgeýän ululyklaryň bitin san bolmandygy hakda goşmaça talaplar bilen tapawutlanýar.

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i, \qquad j = 1,2,...,m$$

x_j>O, x-bitinler, j=l,2,..,n

Bitin san deňleme görnüşli çäklendirmelerinde

$$F = \sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_j \quad \text{bolýar.}$$

Berilen meseläni işlemek üçin Gomoriniň algoritmini ulanyp bolýar. Meseläniň çözüş algoritmi birnäçe ädimlerden ybarat.

1. Bitin san şertlerine garamazdan simpleks usul arkaly meseläniň optimal plany tapylýar. Eger-de optimal plan bitinsanly bolsa, onda hasaplamalary gutarýarlar. Bolmasa 2-nji ädime geçmeli.
2. Azat agzalar sütüninde has uly drob bölegini saklaýan setir üçin goşmaça çäklendirme düzýärler.

Goşmaça çäklendirme şu görnüsde bolýar:

haçanda $q_i=b_r$-[b_i], $q_{ij}=a_{ij}$-[a_{ij}] bolanda $-q_{ij}x_1-...-q_{in}x_n<-q_i$,

(q_i, q_{ij} položiteller, [a] a-sanyň bitin bölegini aňladýar)

3. Goşmaça çäklendirmäniň koeffisientlerini soňky simpleks-tablisa girizýärler.
4. Gosmaça setiri çözme setiri diýip alýarlar.
5. Çözme elementi iki hilli simpleks-usul prinsipi boýunça saýlaýarlar.
6. Ýönekeý simpleks-algoritm bilen peýdalanyp indiki simpleks-tablisa geçýärler.

Eger-de alynan çözüw bitinsanly bolmasa, onda 2-nji ädime geçýärler.

Mesele

$5x_1+3x_2\leq 25$

$7x_1+2x_2\leq 15$

$x_j>0$ (j=1,2)

x_j – bitinler.

Şertlerinde max $F=3x_1+X_2$ tapmaly.

Çözüwi: max $F=3x_1+x_2$

$5x_1+3x_2\leq 25$

$7x_1+2x_2\leq 15$

Bazis	C_δ	B	3	1	0	0
			X_1	X_2	X_3	X_4
X_3 X_4	0 0	25 15	5 7	3 2	1 0	0 1
F	-	0	-3	-1	0	0

Bazis	C_δ	B	3	1	0	0
			X_1	X_2	X_3	X_4
x_3 x_1	0 3	100/7 15/7	0 1	11/7 2/1	1 0	-5/7 1/7
F	-	45/7	0	-1/7	0	3/7

Bazis	C_δ	B	3	1	0	0
			X_1	X_2	X_3	X_4
x_3 x_2	0 1	5/2 15/2	-11/2 7/2	0 1	1 0	-3/2 1/2
F	-	15/2	1/2	0	0	1/2

3-nji tablisada optimal bitinsan däl plan alynan. B sütünde has uly drob bölegini saklaýan setir üçin goşmaça çäklendirme gurýarys. Biziň mysalymyzda $q_1=q_2$, şonuň üçin 2-siniň arasyndan islendik birini saýlamaly. Çäklendirmäniň koeffisientlerini ikinji setir üçin gurýarys:

$q_2=15/2-[15/2]=l/2$; $q_{21}=7/2-[7/2]=l-2$; $q_{22}=l-[l]=0$;

$q_{23}=O-[O]=O$; $q_{24}=l/2$ Netijede gosmaça çäklendirmeler alarys:

$-(1/2)\quad x_1-0*x_3-(l/2)x_4+S_1=-1/2$ goşmaça çäklendirmäniň koeffisientlerini simpleks-tablisa girizýäris.

Bazis	C_δ	B	3	1	0	0	0
			X_1	X_2	X_3	X_4	S_1
x_3	0	5/2	-11/2	0	1	-3/2	0
x_2	1	15/2	7/2	1	0	1/2	0
S_1	0	-1/2	-1/2	0	0	-1/2	1
F	-	105/14	1/2	0	0	1/2	0

Çözme setiri diýip S_1 alarys we çözme sütün x_1 bolyar. Alynan çözme element (-1/2) indiki simpleks - tablisa geçeris.

Bazis	Cб	B	3	1	0	0	0
			X_1	X_2	X_3	X_4	S_1
x_3	0	3	0	0	1	4	-11
x_2	1	4	0	1	0	-3	7
x_1	3	1	1	0	0	1	2
F	-	8	0	0	0	0	1

5-nji tablisanyň hemme elementleri bitin. Bu plan optimal we optimal plan boýunça
max F = 8; x_1=l; x_2=4; x_3=3; x_4=O;

Çyzykly programmirlemegiň ýönekeý meselesi

Çyzykly programmirlemegiň ýönekeý meselesine seredeliň.
Goý önümleriň iki görnüşini (P_1 we P_2) öndürmek üçin çig mallaryň üç görnüşi (S_1, S_2, S_3) ulanylýan bolsun.

Önüm birligini öndürmek üçin çig mallaryň mukdarlary we önüm birligini ýerleşdirmekden alynýän peýdanyň mukdary aşakdaky tablisada berlen.

Çig mallaryň görnüşleri we peýda	Çig mallaryň mukdarlary (kg)	Önüm birligini işläp çykarmak üçin çig malyň mukdary (kg)	
		P_1	P_2
S_1	20	2	5
S_2	40	8	5
S_3	30	5	6
Önüm birliginden alynýan peýda,müň manatda	-	50	40

X_1 bilen P_1 görnüşli matanyň, X_2 bilen P_2 görnüşli matanyň mukdarlaryny kwadrat metr hasabyna belläliň.Onda matalaryň her bir görnüşini öndürmek üçin, çig mallaryň sarp edilişi we çig mallaryň bar bolan mukdarlary boýunça deňsizlikler aşakdaky görnüşlerde ýazylýarlar.

$$2x_1 + 5x_2 \leq 20$$
$$8x_1 + 5x_2 \leq 40$$
$$5x_1 + bx_2 \leq 30$$

Şu sistemanyň deňsizlikleri matanyň her bir görnüşini öndürmek üçin sarp edilýän çig mallaryň mukdarlarynyň, olaryň bar bolan mukdarlaryndan köp bolmaly däldiklerini görkezýärler.

Eger P_1 görnüşli önüm öndürilmese, onda $X_1=0$, tersine bolsa $X_1>0$. P_2 görnüşli önüm üçin hem edil şonuň ýaly. Şoňa göräde deňsizlikler sistemasyna $x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$ deňsizlikleri hem girizmeli bolýar. Çözülýän meseläniň ahyrky maksady, iň köp peýda almak. $Z_{max} = 50x_1+40x_2$

Meseläni matematiki görnüşde şeýle aňlatmak bolar.

$Z=50x_1+40x_2$ çyzykly funksiýanyň maksimum bahasyny şu aşakdaky şertler ýerine ýetende tapmaly.

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 20 \\ 8x_1 + 5x_2 \leq 40 \\ 5x_1 + bx_2 \leq 30 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Z çyzykly funksiýa, maksat funksiýasy diýilýär we bu funksiýa deňsizlikler sistemasy bilen bilelikde, berlen meseläniň matematiki modelidir.

Matrisa oýunly teoriýasy

Matrisa oýunly teoriýasy oýnuň aşaky we ýokarky bahasy.

m x n ölçegi $A = \begin{pmatrix} a_{11}\, a_{12} ... a_{1\ n} \\ a_{12}\, a_{22} ... a_{12n} \\ a_{m1}\, a_{m2} ... a_{m\ 3} \end{pmatrix}$ matrisaly oýna seredeliň.

Matrisanyň setirleri A_i strategiýalar sütünleri B_j strategiýalary

a_{ij} Matrisanyň elementleri A oýunçysynyň utuşy eger ol $A_i$strategiýany saýlan bolsa, Eger B_j strategiýany saýlan bolsa, onda B oýunçysynyň utuşy.

Goý, A oýunçy A_i strategiýany saýlan bolsun, onda erbet ýagdaýynda, mysal üçin B oýunça saýlama belli bolsa ol $\min\limits_j a_{ij}$ utuşy alar.Şeýle mümkinçiligi göz öňünde tutyp, oýunçy şeýle strategiýany saýlamaly, ýagny minimal utuşyny maksimallaşdyrmaly

$$\alpha = \max_i \ \min_j a_{ij}$$

α ululyk A oýunçynyň kepilleşdirilen ututşy oňa oýnuň aşaky bahasydyr.

B oýunçy strategiýany saýlap, ýagny käbir B_j strategiýany saýlap, onuň utulyşy matrisanyň jsütüniniň elementiniň bahasyndan maksimal bahany alýar we ol

$\max\limits_j a_{ij}$ deňdir.

$\max\limits_j a_{ij}$ köplüge seredeliň, j-ň dürli bahalary üçin maksimal utulyş β-nyminimumlaşdyrmaly,onda alarys:

$$\beta = \min_j \max_i a_{ij}$$

β oýnuň ýokarky bahasy diýilýär.A oýunçynyň utşy onuň aşaky we ýokarky bahasy bilen çäklenen

$$\alpha \le \vartheta \le \beta$$

Eger $\alpha = \vartheta = \beta$ bolsa, onda A oýunçynyň utuşy kesgitli san we matrisany a_{ij} elementine deň.

Mysal 1

Barlen matrisaly oýny derňemeli

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \\ -4 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Çözülişi:

Matrisanyň setirinde a_{ij} minimal bahasy degişlilikde –1; 2; -4; -2 deň

III. Maksimal baha 2deň
α-aşaky baha 2deň
α=max{–1; 2; -4; -2}=2
Sütünlerde maksimal baha 2;3
Bularyň minimal bahasy 2 deň
β=min {2,3}=2

IV. Şeýlelikde α=β=2= V -oýnuň bahasy. Barlen oýnuň çözüwi A_2 strategiýaly A oýunçyny saýlamakda, ýagny onuň utuşy 2-den kiçi däl.
B oýunçy üçin optimal strategiýa B_1 bolýar.Onuň utulyşy 2-den uly däl.

Mysal 2

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 & -5 \\ -3 & 4 & -5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$ matrisaly oýnuň aşaky we ýokarky bahasyny tapmaly çözüwi:

Oýnuň aşaky bahasy.

$$\alpha = \max_i \min_j a_{ij} = \max_i \alpha_i$$

α_1=min {2; -3; 4; -5;}= -5;
α_2=min {-3; 4; -5; 6;}= -5;
α_3=min {4; -5; 6; -7;}= -7

Şeýlelikde α=$\max_i$ α_i= max {-5; -5 -7}= -5 Oýnuň ýokarky bahasy

$$\beta = \min_j \max_i a_{ij} = \min_j \beta_j$$

β_1=max {2; -3; 4; }= 4;
β_2=max {-3; 4; -5; }= 4;

β_3=max {4; -5; 6; }= 6

β_4=max {-5; 6; 7 }= 7

$\beta = \max\limits_{j}$ {4; 4; 6; 7; }=4

A oýunçy üçin optimal strategiýa A_1 we A_2, utuş – 5-den az däl. B oýunçy üçin optimal strategiýa B_1 we B_2. Utulyşy – 4-den uly däl.

2×2 we 2×n (m×2) oýunlaryň çözüwi

2×2 we 2×n (m×2) oýunlaryň çözülişi

Bu oýun iň ýönekeý matrisaly oýundyr, ýagny her oýunçy iki strategiýasy bar. Goý, A matrisa şu aşakdaky görnüşe eýe bolsun.

$$A\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

Eger erbet nokady ýok bolsa, onda oýnuň çözülişi gatyşyk $\begin{cases} X = (x_j; x_2) \\ Y = (y_i; y_2) \end{cases}$ stratgiýaly bolar.

Matrisaly oýnuň esasyna görä X = (x_i; x_2) optimal strategiýany ulanmak A oýunçy üçin δ utuşy B oýunçysynyň islendik strategiýasy bilen alynýar:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{21}x_2 = v \\ a_{12}x_1 + a_{22}x_2 = v \end{cases}$$

x1+x2=1, onda çözüwi:

$$x_1 = \frac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}; \qquad x_2 = \frac{a_{11} - a12}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}$$

Bu bahalary deňlemeler ulgamynda goýup alarys:

$$v = \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}$$

Meňzeşlikde alarys:

$$\begin{cases} a_{11}y_1 + a_{12}y_2 = v \\ a_{21}y_1 + a_{22}y_2 = v \end{cases}$$

B oýunçy üçin optimal strategiýany alarys:

$$y_1 = \frac{a_{22} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}; \qquad y_2 = \frac{a_{11} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}$$

Mysal

Berlen matrisaly oýny derňemeli we çözmeli.

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

çözülişi:

berlen matrisany erbet nokadyny barlaýas.

$$\alpha = \max_i \min_j a_{ij} = \max\{-1;1\} = 1$$

$$\beta = \min_j \max_i a_{ij} = \min\{2;3\} = 2$$

$\alpha \neq \beta$ onda oýnuň çözülişi gatyşyk optimal strategiýalar bolar, oýnuň bahasy bolsa v bolar we ol 1≤v≤2 çäklener. A oýunçy üçin optimal strategiýany aşakdaky deňlemeler ulgamynda alarys:

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 = v \\ 3x_1 + x_2 = v \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 = 1$$

$$x1 = \frac{1}{5}; \qquad x2 = \frac{4}{5}; \qquad v = \frac{7}{5}$$

Edil şuňa meňzeşlikde B oýunçy üçin optimal strategiýany tapalyň.

$$\begin{cases} -y_1 + 3y_2 = v \\ 2y_1 + y_2 = v \end{cases}$$

$$y_1 + y_2 = 1$$

$$y_1 = \frac{1}{5}; \qquad y_2 = \frac{3}{5}; \qquad v = \frac{7}{5}$$

Şeýlelikde oýnuň çözüwi bolup gatyşyk strategiýalar bolýar.

$x = \left(\frac{1}{5}; \frac{4}{5}\right)$ *we* $y = \left(\frac{2}{5}; \frac{3}{5}\right)$, oýnuň bahasy $v = \frac{7}{5}$ bolar

Matrisa oýunly simpleks usuly bilen çözmek

Meseläniň goýluşy

Berlen matrisaly. $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_1n \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$

Oýna seredeliň.

$X = (x_1, x_2, ..., x_m), \qquad y = (y_1, y_2, ..., y_n)$

optimal strategiýalary tapmak çyzykly programmirlemegiň ikeldilen meselesiniň çözülişine meňzeşdir.

Birinji oýunçy üçin meseläniň berlişi:

Berlen:

$$\sum_{i=1}^{m} aij\ Xi \geq v \quad (j = \overline{1,n})$$

$$\sum_{i} x_i = 1; \; x_i \geq 0 \quad (i = \overline{1,...m})$$

şertlerde max F=v tapmaly.

Ikinji oýunçy üçin ikeldilen mesele.

Berlen $\begin{matrix} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\ y_j \leq v \ \ (i = \overline{1,m}) \\ \sum_{j} y_j = 1, \quad y_i \geq 0 \ \ (j = \overline{1,n}) \end{matrix}$

Şertlerde min F^1 = v

v-ululyk oýnuň bahasy belli däl, v>0. Eger $aij \geq 0 \ \left(i = \overline{1,m}; \quad j = \overline{1,n}\right)$ bolsa, onda bu şert hemişe ýerine ýeter.

$a_{ij} \geq 0$ bolmagy üçin matrisany ähli elementlerine käbir položitel M sany goşup alyp bolar.

Bu ýadgaýda oýnuň çözülişi üýtgemeýär, ýöne oýnuň bahasy M san artar.

Çäklenen ulgamy alalyň, onuň üçin (1) we (2) meseleleriň deňsizlikleriň ähli agzalaryny v sana bölüp we belgileme girizip alarys:

$$X_i^1 = \frac{x_i}{v}; \; y_i^1 = \frac{y_i}{v}$$

$$\sum_{i} x_i = 1 \ \ we \ \sum_{j} y_j = 1 \quad şertlerden \ \ bolsa$$

$$\sum x_i^1 = \frac{1}{v} \ \ we \ \sum_{j} y_j^1 = \frac{1}{v} \ \ şertler \ \ alynar$$

Netijede şu aşakdaky ikeldilen meseläni alarys:

Birinji oýunçy üçin berlen mesele:

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij}\ x_i^1 \geq 1 (j = \overline{1,n})$$

$$x_i \geq 0 \ (i = \overline{1,m})$$

şertlerdeF=$\sum_{i=1}^{m} x_i^1$ çyzykly funksiýanyň minimumy bolar ýaly $x_1^1, x_2^1, ..., x_m^1$ bahalary tapmaly.

Ikinji oýunçy üçin ikeldilen mesele

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\ y_j \leq 1 \ (i = \overline{1,m})$$

$$y_j \geq 0 \ \ (j = \overline{1,n})$$

şertlerde F = $\sum_{j} y_i^1$ çyzykly funksiýanyň maksimumy bolar ýaly $y_1^1, y_2^1, ..., y_m^1$ bahalary tapmaly.

Şeýlelikde, oýny çözmek üçin çyzykly programmirlemäniň ikeldilen meselesi alynýar.

Mysal

Berlen matrisaly oýnuň çözüwini tapmaly.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 2 \\ 6 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Çözülişi:

Oýnalýan matrisa otrisatel elementi bar a_{11}=-1. Matrisanyň ähli elementlerine 1 goşýar. Alarys: $A = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 3 \\ 7 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Çözmezden azal berlen matrisanyň eýer nokadyny barlaýarys.

$\alpha = \max_i \min_j a_{ij} = 1; \quad \beta = \min_j \max_i a_{ij} = 3$

$\alpha \neq \beta,$ onda oýnuň çözüwi gatyşyk optimal strategiýalar bolar, oýnuň bahasy v=v+1 1≤v≤3 çäklener.

X=(x_1, x_2) we y=(y_1, y_2, y_3) optimal gatyşyk strategiýalary tapmaklyk çyzykly programmirlemäniň ikeldilen meselesine meňzeş.

Matrisa oýunly simpleks usuly bilen çözmek

Birinji oýunçy üçin berlen mesele

Birinji oýunçy üçin berlen mesele:

min $F^1 = x_1^1 + x_2^1$

$$\begin{cases} 6y_2^1 + 3y_3^1 \le 1 \\ 7y_1^1 + y_2^1 + 2y_3^1 \le 1 \end{cases}$$

$$y_1^1 \ge 0;\ y_2^1 \ge 0;\ y_3^1 \ge 0$$

$$x_i^1 = \frac{x_i}{v};\ y_j^1 = \frac{y_j}{v};$$

$$\min F^1 = \max F^1 = \frac{1}{v}$$

şertlerde $\max F = y_1^1 + y_2^1 + y_3^1$ tapmaly nirede
berilen meseläniň birini çözüp, beýlekileriň çözüwini taparys.
Oýunçy üçin

B	C	Azat agza	1	1	1	0	0
			y_1^1	y_2^1	y_3^1	y_4^1	y_5^1
y_4^1	0	1	0	6	3	1	0
y_5^1	0	1	7	1	2	0	1
F^1	-	0	-1	-1	-1	0	0

B	C	Azat agza	1	1	1	0	0
			y_1^1	y_2^1	y_3^1	y_4^1	y_5^1
y_4^1	0	1	0	6	3	1	0
y_1^1	0	1/7	1	1/7	2/7	0	1/7
F^1	-	1/7	0	-6/7	-6/7	0	1/7

B	C	Azat agza	1	1	1	0	0
			y_1^1	y_2^1	y_3^1	y_4^1	y_5^1
Y_2^1	1	1/6	0	1	1/2	$\frac{1}{6}$	1
y_1^1	1	$\frac{5}{12}$	1	0	$\frac{3}{14}$	$-\frac{1}{42}$	$\frac{1}{7}$
F^1	-	$\frac{2}{7}$	0	0	$-\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$

B	C	Azat agza	1	1	1	0	0
			y_1^1	y_2^1	y_3^1	y_4^1	y_5^1
Y_3^1	1	$\frac{1}{3}$	0	2	1	$\frac{1}{3}$	0
y_1^1	1	$\frac{1}{21}$	1	$\frac{-3}{7}$	0		$\frac{1}{7}$

						$-\frac{1}{21}$	
F^1	-	$\frac{8}{21}$	0	$\frac{4}{7}$	0	$\frac{5}{21}$	$\frac{1}{7}$

Soňky tablisada optimal çözüw alynýar:

$$y_1^1 = \frac{1}{21}; \quad y_2^1 = 0; \; y_3^1 = \frac{1}{3}; \quad \max \quad F^1 = \frac{8}{21}$$

bu ýerden alarys:

$$v = \frac{1}{\max F^1} = \frac{21}{8};$$

$$y_1 = y_1^1.v = \frac{1}{8};$$

$$y_2 = y_2^1.v = 0;$$

$$y_3 = y_3^1.v = \frac{7}{8};$$

şeýlelikde II oýunçy üçin optimal strategiýa $y = \left(\frac{1}{8};0;\frac{7}{8}\right)$

soňky tablisanyň soňky setirden goşmaça y_4^1 we y_5^1 goşmaça üýtgeýänleriň garşysyndan I oýunçy üçin optimal strategiýany alarys:

$$x_1^1 = \frac{5}{21}; \; x_2^1 = \frac{1}{7}; \; x_1 = x_1^1 \cdot v = \frac{5}{8}; \; x_2 = x_2^1 \cdot v = \frac{3}{8}$$

şeýlelikde I oýunçy üçin optimal strategiýa $X = \left(\frac{5}{8}; \frac{3}{8}\right)$

Kesgitlemeler barada meseläniń modelirlemesiniń takyk doldyrmak meselesiniń statistiki maglumaty.

T_τ interwaldaky ýalňyşlyklar baradaky maglumatlary jemlemekligiň netijesinde $dN^\tau = \left\| dN_{ij}^\tau \right\|_{n,\omega}$ ýalňyşlygyň matrisasy emele gelýär. Θ_ω ululyk $\sum_i \theta_i^\tau \leq \theta^\tau$ deňzlige gabat gelýän hakyky nukdaý nazardan çykýar, bu ýerde Θ_ω - T_τ interwaldaky bloklaryň işiniň umumy maşyn wagty.

Ω dargawyň sany interpolýasiýalaryň hasabyna ýeterlik derejede uly bolup bilýär: {dN} we {Θ} diskret yzygiderliklerde çyzykly we dN=f{Θ} aproksimirleýji baglanşyklarda bolsa çyzykly däl. Ähli bloklaryň işiniň jemi wagty çäklidir, şonuň üçin bloklaryň programmasynda dN funksionalyň ýalňyşlygyny azaldýan maşyn wagtynyň bölünişigi bardyr. Bu bölünişik (paýlanşyk) aşakdaky optimal meseläniň çözgüdiniň netijesinde gazanylýar.

$$\left.\begin{array}{c}\sum_i \sum_j dN_{ij}^{\tau}\mu_{ij} \Rightarrow min \\ \sum_j \mu_{ij} = 1, \ \mu_{ij} = \{^0_1, \ \ A_i, \ \ \ i = \overline{1,n}; \\ \sum_j \mu_{ij}\,\theta_{i\ j}^{\tau} \le \theta^{\tau}, \theta_j^{\tau} \rightarrow dN_{ij}^{\tau} \ \ , \ \exists^i \\ 0 \le \sum_i \mu_{ij} \le n, \ \ j = \overline{1,\omega}. \end{array}\right\} \qquad (2.18)$$

Jemi τ şu hili meseleler çözülýär we onda

$$\sum_{\tau} T_{\tau} = T - t_0; \ \ \sum_{\tau} \theta(T_{\tau}) \le \theta, \tau = \overline{1,r},$$

şert ýerine ýetirilýär., bu ýerde θ - programma kompleksiniň işiniň doly maşyn wagty. (2.18) mysalda çyzykly formadaky çäklendirmeleriň minimumy saýlawynyň dN_{ij}, ýöne hökmany suratda $i = \overline{1,n};$ blok üçin $j = \overline{1,\omega}$ nomerli saýlanan elementleriň sany erkindir, ýöne n köp däldir. (2.18) üçinji hatarynda $\theta(T_{\tau})$ uly bolmadyk ähli bloklardaky maşyn wagtyň harçlanyşy hasaplanylýar; (2.18) dördünji hatary blogyň harçlanan maşyn wagtynyň çykyş ululygynyň ýalňyşlygynyň gatnaşygyny görkezýär, bu ýerde matrisanyň hatarjygynda haýsy-da bolsa bir element we j hatarjygyň dN^2 elementleriň çözüş hadysasynda saýlanýan erkin san bolýar.

(2.18) mesele diskret programmirlemäniň meselesidir, onuň çözülişi köp zähmet sarp edýär, çözülşe berilýän wagt we operatiw ýat bolsa funksionalyň ekstremizasiýasynyň esasy meselesiniň çözülişine berilýän resurslardan alynýar. Şonuň üçin problemanyň çäzülişiniň rasional ýaly bolup berilen meseläni effektiw algoritmli meseleleriň çözgüdine gabatlamaga rugsat edýän pikir rugsatlaryny girizmeklik durýar, mysal üçin bellenşikler meselesine:

$$\left.\begin{array}{c}\sum_i \sum_j dN_{ij}^{\tau}\mu_{ij} \Rightarrow min \\ \sum_{i=1}^{n} \mu_{ij} = 1, \quad j = \overline{1,n}; \sum_{j=1}^{n} \mu_{ij} = 1, \quad i = \overline{1,n}; \\ \mu_{ij} = \{^0_1, \ \ i,j = \overline{1,n} \end{array}\right\} \qquad (2.19)$$

Bu meselede $\sum_j \theta^{\tau}_{i\,j}\mu_{ij} \le \theta(T_\tau)$ we $0 \le \sum_i \mu_{ij} \le n,\ j = \overline{1,\omega}$. çäklendirmelerde w+1 aýrylan , bu bolsa onuň $\sum_i \mu_{ij} = n,\ i = \overline{1,\omega}$ çäklendirmelere n goşulmagy bilen azajyk ulalan çözüliş kynçylyklaryny azaldýar. Öň belli bolan we awtor tarapyndan täzeden işlenen (2.19) meseläniň çözülişiniň effektiw algoritmleri indiki 2 bapda seredilýär.

(2.18)-den (2.19)-a geçişe esaslandyrma bereliň. Eger bloklaryň sany n>w bolsa, onda käbir bloklar üçin şol bir j hatarjykdaky matrisanyň dN^{τ}_{ij} elementleri saýlanyp alynar ozal hatarjyklaryň käbiri planyň formirlenmesine gatnaşmaýar. n=w bolanda umumy ýagdaýlarda bu ýagdaý saklanylýar, n<w bolan ýagdaýda matrisanyň ähli hatarjyklaryna ulanylýar, sebäbi n bloga $\|dN^{\tau}_{ij}\|$ matrisanyň n hatarjyklary gabat gelýär. Harçlanýan $\theta(T_\tau)$ maşyn wagtynyň köpelmegi bilen umumy ýagdaýdaky hasaplamalaryň takyklygy ulalýar we $\{dN^{\tau}_{ij}\}$ optimal plan ulanylan maşyn wagtynyň T_τ interwaldaky $\theta(T_\tau)$ goýberilen wagtyna ýakynlaşmagyna gabat gelýär. Ýöne beýle ýakynlaşmany emeli ýagdaýda hem gazanyp bolýar. Onuň üçin $\|dN^{\tau}_{ij}\|_{n,w}$ matrisany käbir Ɛ ululyga çenli görkezilen wagtlaryň takyk gabat gelmesi ýerine ýetirilýän $\|dN^{\tau}_{ij}\|_{n,}$ matrisa çenli üýtgedýärler. Üýtgedilen matrisany almak üçin ranesler baradaky sadaja mesele çözülýär:

$$\left.\begin{aligned} &\lambda_1\theta^{\tau}_1 + \lambda_2\theta^{\tau}_2 + \cdots + \lambda_\omega\theta^{\tau}_\omega \Rightarrow max \\ &\sum_{j=1}^{\omega}\lambda_j = n,\ \lambda_j - \ bitin, 0 \le \lambda_j \le n; \\ &\theta(T_\tau) - \sum_j \lambda_j\theta^{\tau}_{ij} \le \varepsilon, \quad \omega <> n \end{aligned}\right\} \qquad (2.20)$$

(2.20) meseläniň çözüliş netijesinde gazanylan $\|dN^{\tau}_{ij}\|_{n,}$ matrisada her bir *i* blokdaky dN^{τ}_{ij} çäklikleriň ýalňyşlygy $\sum_{i=1}^{n}\theta^{\tau}_{ij} \approx \theta(T_\tau)$ bolanda ähli n hatarjyklaryň ulanylmasyna gabat gelýär, bu bolsa (2.19) meseläniň çözülişine toždestwolydyr.

Ulgamlaýyn çemeleşme dolandyryşyň effektiwligine gözegçiligi göz öäünde tutýar. Amaly ýagdaýlarda çylşyrymly ulgamlarda dolandyryşyň effektiwliginiň we hiliniň bahasy mydama uly kynçylyklar bilen baglydyr. Şeýle-de bolsa, eger ösüp barýan ulgama seredilýän bolsa, onuň geçmişdäki işiniň netijesi belli bolýar we onda modelirlemeden soňra model netijeler bilen ozalky işiniň netijelerini deňeşdirip bolýar. Munuň esasynda dolandyryşyň effektiwligi barada pikir ýöretse bolar. Berlen ýagdaýda dolandyryşyň effektiwligini umuman programmalar kompleksiniň işiniň maglumaty bolmadyk ýagdaýynda kesgitlenilmedir. Şonuň üçin dolandyryşyň effektiwliginiň kriteriýalary hökmünde ulgamyň takyklygyna, maşyn wagtynyň harçlanyşyna we optimal dolandyryşda we iň erbet dolandyryşda (ýagny, dolandyryşyň düýbünden bolmadyk ýagdaýynda) eksperimentiň bahasyna degişli bolan häsiýetnamalarynyň gatnaşygyna seredilýär. Munuň üçin (2.18) ýa-da (2.19) mesele aşakdaky maksatly funksiýa bilen çözülýär.

$$\sum_i \sum_j dN_{ij}^{\tau} \mu_{ij} \Rightarrow max$$

Onuň netijesinde $\left\| dN_{ij}^{\tau} \right\|_n$ maglumat toplumy üçin DN(T_τ) maksimal mümkin bolan ýalňyşlyk dolandyryşyň iň erbet ýagdaýy üçin tapylýar. Bu maglumaty ýygnamaklyk we ýalňyşlygy minimumlaşdyrmak meselesiniň çözüliş wagty θ_{inf}^{τ} maşyn wagtynyň sarp edilişini talap edýär. Onda bu wagtyň takyklygy dolandyrmazdan esasy hasaplaýyş prosesinde ulanylyşyny göz öňüne getirsek potensial ýalňyşlyk

$$DN^{\tau} = DN(T_\tau)\left(1 - \frac{\theta_{inf}^{\tau}}{\theta(T_\tau - \theta_{inf}^{\tau}}\right) \qquad (2.21)$$

çenli peselýär. Bu ýerden hem $W_\tau = DN_\tau - dN(T_\tau)$ modelirlemäniň takyklygynyň absolýut utuşy gelip çykýar, effektiwlik koeffisiýenti bolsa:

$$K_э = \frac{DN^{\tau}}{dN(T_\tau)}$$

Dolandyryşyň bolmadyk ýagdaýynda ýalňyşlygyň birligine gabat gelýän harçlanan maşyn wagty $V_\tau = \theta(T_\tau)/DN^{\tau}$ deňdir. Maşyn wagtynyň fiktiw utuşy we çykdajylaryň bahasynyň azaldylyşy aşakdaka deňdir:

$$\theta_{fik}^{\tau} = V_\tau W_\tau; \quad F_\tau = \rho \theta_{fik}^{\tau}$$

Bu ýerde ρ-maşyn wagtyny birliginiň bahasy, [t_0, T] dolandyryşyň doly periody üçin agzalan utuşlar T-iň ähli kesimleriniň jemi görnüşinde berilýär:

$$W = \sum_\tau W_\tau; \ \theta_{fik} = \sum_\tau \theta_{fik}^{\tau}; \ F = \sum_\tau F_\tau$$

Dolandyryşyň effektiwliginiň bahalandyrmasynyň şeýle hem tötänleýin sanlaryň generatorynyň kömegi bilen bellenilýär θ_i^{τ}wagtly statistiki tejribeler usulyna esaslanyp biliner. Bu $\{\theta_i^{\tau}\}$ tötänleýin topluma modelirlemäniň belli bir ýalňyşlygy gabat gelýär, ol (2.18) çözilişiniň netijesinde alnan $dN(T_\tau)$ ýalňyşlyk bilen deňeşdirilýär. Effektiwliginiň bahalandyrmasynyň mukdar hasaby soňra berlen wykladkalara laýyklykda amala aşyrylýar.

Käbir ýagdaýlarda ýalňyşlyklaryň bahalandyrmasynda towlanma prinsipini ulanmaklyk maksada laýykdyr. Meselem: ýalňyşlyk üçin tötänleýin ululyk hökmünde m wekil saýlanmalar alyndy diýeliň; her bir şeýle saýlanma ynanylýan interwallaryň statistiki bahalandyrmasy ýa-da hakyky ýalňyşlygyň mümkinligini amala aşyrmaga maksada laýyk bolan ýeterlik element sanyny saklaýar. Her bir saýlamada onuň saýlaw ortaçasy $dN^k, k = \overline{1,m}$ hasaplanylýar we berlen ynanç mümkinçiligine p^k=const A^k laýyklykda $dN^k \pm \varepsilon^k$ ynanç araçägi kesgitlenilýär.

Şeýlelikde M^k, $k = \overline{1,m}$ ynanç interwallaryna laýyk gelýän $(dN^k - \varepsilon^k,\ dN^k + \varepsilon^k)$ mümkin bolan ulgamyň ýagdaýlaryny alýarys. $M = \{M^1 \cap M^2 \cap \dots \cap M^k\}$ köplükleriň kesilişi eger ähli goşa $M^i \cap M^j \neq 0,\ i \neq j;\ i,j = \overline{1,m}$ kesilişler boş bolmadyk ýagdaýlarda boş bolmaýar. $M^i \cap M^j = 0,\ \exists^i$ bolanda boş M=0 köplügi alýarys. Ýokarda görkezilen tassyknamalar n ölçegli tekizlikleriň köplükleriniň umumy ýagdaýy üçin nädogrydyr. Diňe bir ölçegli tekizlikler muňa degişli däldir.

M kuwwatlyk bilen beýleki $dN' \leq dN \leq dN''$ interwallar bilen deňeşdirmede has dar bolan dN' we dN'' serhetleri kesgitlenilýär, olar hakyky ululygy p^k mümkinçilik bilen ýapýarlar. Onda degişli p^k saýlaw arkaly $(dN'\ dN'')$ Interwallaryň giňliginiň minimumlaşdyrmak meselesi goýulýar:

$$\left.\begin{aligned} &\left|dN''(p^k) - dN'(p^k)\right| \Rightarrow min \\ &dN' \leq dN \leq dN'' \\ &\{M^1 \cap M^2 \cap \dots \cap M^k \cap \dots \cap M^m\} \to (dN', dN'') \\ &M^i \cap M^j \neq 0, \quad i,j = \overline{1,m}, \quad i \neq j; \\ &p^k \leq p,\ k = \overline{1,m};\ p^k = const\,, Ak = \overline{1,m}; \end{aligned}\right\} \qquad (2.22)$$

P çäklendirmäniň p^k ynanç mümkinçiliginiň saýlawy amalydan kabul edilişi ýaly 0,9-0,99... diapazonda ýatýar. Eger $M^i \cap M^j = 0$, kesilişi p=0,9 bolsa, onda (2.22) meseläniň çözülişi ýokdyr. Berlen çemeleşme ynanç interwalyny adaty çemeleşmelere seredeniňde kiçeltmäge ýa-da çaklamalaryň netijeliligini ýokarlandyrmaga mümkinçilik beren ýagdaýynda adatlydyr.

Kesiliş prinsipi käbir parametrlerde, käbir interwalda bu interwalyň anyklanyş usulyna seretmezden bahalanýan ähli ýagdaýlara ýarawlydyr. (tötänleýin ululygyň paýlanşynyň belli kanunyny statistiki bahalandyrmasy hökman däl)

Ýokarda ýazylan prinsipiň ulanylşyny aýdyň mysalda seredeliň, r ölçeglenmäniň wektorynyň tötänleýin saýlawynda funksionalyň 9 ululygy alyndy we dN^k, $k = \overline{1,9}$ ýalňyşlygyň ululygy bahalandyryldy. Ortaça saýlanma $\overline{dN}_1$=20; deň boldy. Düzedilen orta kwadratiki gyşarma dN^k üçin S=0,5. γ=0,99 gaýymlykly näbelli matematiki gyşarylmanyň çäklerini bahalandyralyň.

Stýudentiň paýlanyşyny ulanyp n=9, γ=0,99 üçin t_γ =2,36 parametri tapýarys, onda ulanylýana çäkler

$$\overline{dN_1} - t_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} = 20 - 2{,}36 \frac{0{,}5}{\sqrt{9}} = 19{,}607$$

$$\overline{dN_1} + t_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} = 20 + 2{,}36 \frac{0{,}5}{\sqrt{9}} = 20{,}393$$

r ölçeglenmäniň wektorynyň tötänleýin saýlawynda beýleki çäklerdäki wektoryň käbir düzüminiň üýtgemesinde aşakdaky maglumat alyndy: dN=20,36; n=16; S=0,65. Görkezilen maglumat esasynda t_γ=8,95 ynanylýan çäkler:

$$\overline{dN_2} - t_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} = 20{,}32 - 2{,}95 \frac{0{,}65}{\sqrt{9}} = 19{,}841$$

$$\overline{dN_2} + t_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} = 20{,}32 + 2{,}95 \frac{0{,}65}{\sqrt{9}} = 20{,}799$$

Iki interwalyň kesişmesi 19,841$\leq dN \leq$20,393 interwala laýykdyr, onda 0,99 goýumlyk bilen maksimal ýalňyşlyk hökmünde interwalyň ýokarky araçägi dN=20,393 alynýar.

Torly meýilleşdirmegiň we dolandyrmagyň modeli.

Meýilleşdirmegiň modeliniň grafigini gurmak

Torly meýilleşdirmegiň we dolandyrmagyň usullary uniwersal häsiýete eýe we halk hojalygynyň ähli pudagynda ulanylyp bilner.

Bu usulyň esasy bolup meýilleşdirmegiň modeliniň grafigini gurmakdan durýar.

Iş – bu çig maly sarp etmegi talap edýän işewir hadysa ýada çig maly sarp etmeýän işewir däl hadysa.

Waka – bu bir ýada birnäçe işleriň tökenikli ýada aralyklaýyn netijesidir.

Ýol – bu işleriň we wakalaryň islendik üznüksiz yzygiderligidir.

Kritiki ýol – çig maly bolmadyk ýol.

Torly model torly grafik görnüşinde görkezijilerden we tegeleklerden durýar. Görkeziji bilen torda işler şekillendirilýär. Tegelekler bilen torda wakalar şekillendirilýär. Torly modeli gurmak şu aşakdaky düzgünleri göz öňünde tutýarys:

1) Torly grafigiň ähli görkezijileriniň ugry çepden saga bolmaly.
2) Bir jübüt wakanyň arasynda diňe bir iş şekillendirilmeli
3) Eger iki iş bir wakada şol bir wagtda başlasa, we beýleki çünkde bir wagtda gutarsa, onda nul dowamlylygy bolan fiktiw işi we fiktiw wakany girizmeli ýagny ol parallel görkezijilerden daşladyrýar.

Her bir waka kesgitli i sanow ýazylýar, şonuň üçin hem her bir işi i we j iki wakanyň görkezijileriniň birleşmesi (i, j); (i<j) görnüşde alynar.

Her bir (i, j) iş t(i, j) dowamlylyk bilen ýazylaýr. Esasy toryň wagtlaýyn parametrleri bolup öňki we soňky gelen wakalar bolýar.

Öňki gelen wakanyň dowamlylygyny:

$$t_{\theta}(j)=\begin{cases} t_{\theta}(i)+t(i,j) \quad eger \quad waka \quad diňi \quad bir(i,j) \quad iş \quad girse \\ \max\{t_{\theta}(i)+t(i,j)\} \quad eger \quad j \quad waka \quad birnäçe \quad işş \quad girse \end{cases}$$

Soňky gelen wakanyň dowamlylygy:

$$t_S(i)=\begin{cases} t_{\theta}(i), \quad kritiki \quad ýola \quad \deg işşl \quad waka \quad üçin \\ t_S(j)-t(i,j), \quad eger \quad i-den \quad bir \quad iş \quad çyksa \\ \min\{t_S(j)-t(i,j)\} \quad eger \quad i-den \quad birnäçe \quad iş \quad çyksa \end{cases}$$

$t_{\theta}(i)$ we $t_S(i)$ toryň ähli wakalary üçin islendik (i,j) iş üçin şu aşakdaky parametrleri kesgtläp bolýar:

1) $t_{\theta}(i,j)=t_{\theta}(i)$ - işiň başlangyjynyňöňki wagty
2) $t_{SB}(i,j)=t_s(j)-t(i,j)$ - işiň başlamagynyň soňky wagty
3) $t_{\theta g}(i,j)=t_{\theta}(i)+t(i,j)$ - işiň gutarmagynyň öňki wagty
4) $t_{SG}(i,j)=t_S(j)-$ işiň gutarmagynyň soňky wagty.

Ähli işiň kritiki ýoly:

$$t_{\theta b}(i,j)=t_S(j)$$
$$t_{\theta g}(i,j)=t_{sg}(i,j)$$

Torly modeliň işi üçin dört görnüşli (i,j) işiň ýerine ýetirmegi üçin wagrtyň rezerwi bar:

1) Doly rezerw: $R_{S\theta}=t_S(j)-t_{\theta}(i)-t(i,j);$
2) Delillenen rezerw: $R_{S\theta}=t_S(j)-t_S(i)-t(i,j);$
3) Azat rezerw: $R_{S\theta}=t_{\theta}(j)--t_{\theta}(i)-t(i,j);$
4) Özbaşdak rezerw: $R_{S\theta}=t_{\theta}(j)-t_S(i)-t(i,j);$

Kritiki ýolda ýatan iş üçin ähli dört görnüşli rezerw nula deňdir.

Mysal.

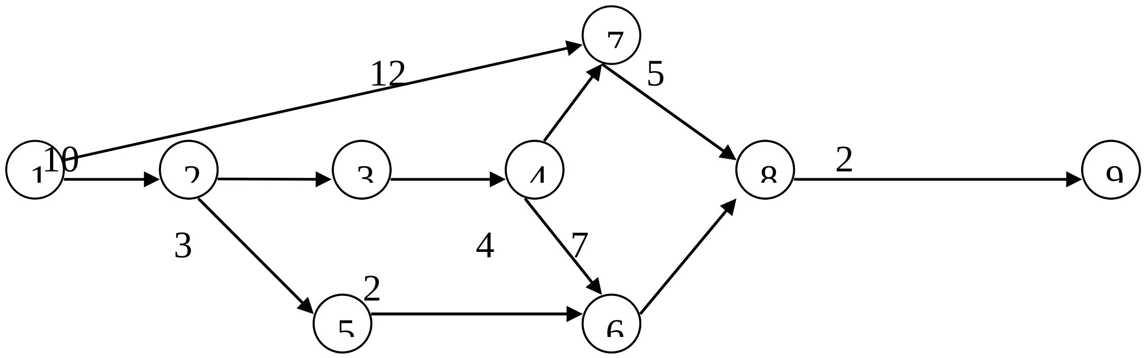
Harydy çykarmakda we satmakda bkärhananyň işiniň tertipleýdirilen gurluşy berlen işiň torly grafigini gurmaly, kritiki ýolyny kesgitlemeli, wagtyň rezerwini hasaplaýan tablisany gurmaly.

Iş	Işiň mazmuny.	Günüň dowamlylygy
(1,2)	Enjamy we harydy öndürmek.	10
(1,7)	Talaba görä ulgamy işlemek.	12
(2,3)	Hasaby ýazmak we harydy saýlamak.	6
(3,4)	Harydy getirmek.	4
(2,5)	Enjamy getirmek.	3
(5,6)	Enjamy gurnamak.	2
(4,6)	Harydy hödürlemek.	4
(4,7)	Harydyň sanynyň hasaby.	5

(7,8)	Otagy bezemek.	5
(6,8)	Talabyň dokumentlerini taýýarlamak.	7
(8,9)	Satuwa taýýarlyk.	2

Çözülişi:

1) Işiň torly grafigini guralyň.



2) 1 wakadan 9-njy waka çenli doly ýola kritiki ýol diýilýär, haçanda ol günde maksimal dowamlylyga eýe bolsa:

$T_1 = t(1,7) + t(7,8) + t(8,9) = 12 + 5 + 2 = 19$

$T_2 = t(1,2) + t(2,3) + t(3,4) + t(4,7) + t(7,8) + t(8,9) = 10 + 6 + 4 + 5 + 5 + 2 = 32$

$T_3 = 10 + 6 + 4 + 4 + 7 + 2 = 3$

$T_4 = 10 + 3 + 2 + 7 + 2 = 24$

$T_{kr} = \max\{T_1, T_2, T_3, T_4\} = 33$

Kritiki däl işleriň wagtynyň rezerwini kesgitläliň, wakanyň gelmeginiň irki we soňky dowamlylygy:

t θ(1)=0	t s(9)=tp(9)=33
t θ(2)=0+10=10	t s(8)=33-2=31
t θ(3)=10+6=16	t s(7)=31-5=26
t θ(4)=16+4=20	t s(6)=31-7=24
t θ(5)=10+3=13	t s(4)= $\min\{24-4;26-5\} = 20$
t θ(6)= $\max\{20+4,13+2\} = 24$	t s(5)=24-2=22
t θ(7)=20+5=25	t s(3)=20-4=16
t θ(8)= $\max\{25+5;24+7\} = 31$	t s(2)= $\min\{22-3;16-6\} = 10$
t θ(9)=31+2=33	t s(1)=10-10=0

(i,j) islendik iş üçin şu aşakdaky parametrleri kesgitläp bolýar.

t θB(1,2)=0	t gb(1,2)=10-10=0
t θB(1,7)=θ	t gb(1,7)=26-12=14
t θB(2,3)=10	t gb(2,3)=16-6=10
t θB(3,4)=16	t gb(3,4)=20-4=16
t θB(2,5)=10	t gb(2,5)=22-3=19
t θB(5,6)=13	t gb(5,6)=24-2=22
t θB(4,6)=20	t gb(4,6)=24-4=20
t θB(4,7)=20	t gb(4,7)=26-5=21
t θB(7,8)=25	t gb(7,8)=31-5=26

t θB(6,8)=24	t gb(6,8)=31-7=29
t θB(8,9)=31	t gb(8,9)=33-2=31

t θg(1,2)=0+10=10	t sg(1,2)=10
t θg(1,7)=0+12=12	t sg(1,7)=26
t θg(2,3)=10+6=16	t sg(2,3)=16
t θg(3,4)=16+4=20	t sg(3,4)=20
t θg(2,5)=10+3=13	t sg(2,5)=22
t θg(5,6)=13+2=15	t sg(5,6)=24
t θg(4,6)=20+4=24	t sg(7,6)=24
t θg(4,7)=20+5=25	t sg(4,7)=26
t θg(7,8)=25+5=30	t sg(7,8)=31
t θg(6,8)=24+7=31	t sg(6,8)=31
t θg(8,9)=31+2=33	t sg(8,9)=33

Diskret determinirlenen model

Awtomatlar nazaryýeti

Diskret determinirlenen ýoluň aýratynlyklary ulgamyň funksionirlemek döwrüni formalaşdyrmak etapynda awtomatlar nazaryýetinden matematiki apparat hökmünde ulanylýan mysala seredeliň. Awtomatlar nazaryýeti – bu bölüm nazary kibernetikanyň bölümidir, onda matematiki modeller ýagny, awtomatlar öwrenilýär. Bu nazaryýetiň esasynda ulgam awtomat görnüşinde göz öňünde tutulýar. Diskret maglumaty işläp taýýarlaýan we öz içki ýagdaýyny diňe wagtyň ýol berilýän pursatynda üýtgeýär. Awtomat düşünjesi anyk öwrenilýän ulgymyň häsyýetinden baglylykda amala aşyrylýar. Ol abstraksiýa derejesinden we umumylyk derejesinden alnandyr. Awtomaty käbir gurluş ýaly göz öňüne getirse bolar, ýagny onda giriş signallary berilýär we çykyşlar alynýar, ýagny, olar käbir içki ýagdaýa eýe bolup biler. Tükenikli awtomat diýip awtomata aýdylýar, ýagny, onda içki ýagdaýlaryň köplügi we sygnallary tükenikli köplükler bolup durýar. Abstrakt tükenikli awtomaty (iňlisçe fimte autamata) edil matematiki çyzgyt (F - shema) ýaly göz öňüne getirip bolýar. Ol arkaly element bilen häsiýetlenýär:

- Giriş sygnallary X tükenikli köplük bilen;
- Çykyş sygnallary Y tükenikli köplük bilen;
- Içki ýagdaýlaryň Z tükenikli köplük bilen
- Başlangyç Z_0 ýagdaý bilen, $Z_0 \in Z$;
- Geçiş funksiýasy $\varphi(z,x)$ bilen;
- Çykyş funksiýasy $\psi(z,x)$ bilen.

F – çyzgytly berlen awtomat:

$F=<Z,X,Y,\varphi, \psi, Z_0>$, diskret awtomat wagtda funksionirlenýär, momentler bolup faktlar hyzmat edýär, şeýle hem bir-birine wagtyň deň interwaly girişýär, olaryň

her birine giriş we çykyş sygnallary we içki ýagdaý hemişelik bahalar degişlidir. Ýagdaýy belläliň, şeýle hem giriş we çykyş sygnallary t=0,1,2,... bolanda t-nji fakta degişlidir we olar z(t), x(t), y(t) ýaly aňladylýar. Şunlukda $z(0)=z_0$ şert boýunça $z(t)\in Z$, $x(t)\in X$, $y(t)\in Y$.
Abstarkt tükenikli awtomat bir bir giriş we bir çykyş kanaly bardyr. Her bir t=0,1,2,... pursatda diskret wagtda F-awtomat kesgitli z(t) ýagdaýda ýerleşýär, ol Z pursatdan awtomatyň ýagdaýyndan alnan, şeýle hem wagtyň t=0 başlangyç pursatynda ol hemişe başlangyç $z(0)=z_0$ ýagdaýda bolýar. t pursatda z(t) ýagdaýda giriş kanalynda $x(t)\in X$ sygnal kabul etmäge ukyply we çykyş kanalynda $y(t)=\psi[z(t), x(t)]$ sygnal berilýär we $z(t+1)=\varphi[z(t),x(t)]$, $z(t)\in Z$, $y(t)\in Y$ ýagdaýa geçilýär. Abstrakt tükenikli awtomat käbir şekillendirmäni amala aşyrylýar, ýagny giriş X elipbiýinden sözler köplügy çykyş Y elipbiýiniň sözler köplügine şekillendirilýär. Başga sözler bilen aýdylanda, eger tükenikli awtomatyň girişinde z_0 başlangyç ýagdaý gurnalan, käbir yzygiderlikde giriş elipbiýi x(0),x(1),x(2),... harplary giriş sözidir, onda awtomatyň çykyşynda yzygiderli çykyş elipbiýiniň y(0),y(1),y(2),... harplary çykyş sözüni emele getirýär.
Şeýlelikde, tükenikli awtomatyň işi şu aşakdaky çyzgyt boýunça amala aşyrylýar:
Her bir t-nji faktda awtomatyň girişinde z(t) ýagdaýda bolýan käbir x(t) sygnaly berýär, ýagny, onda ol (t+1)-nji takta girýär, täze ýagdaýda z(t+1) bolýar we käbir çykyş sygnaly berýär. Ýokarda aýdylanlary şu aşakdaky deňlemeler bilen ýazyp bolýar:
F awtomat üçin birinji jynsly şeýle hem Mili awtomar diýilýär:
$z(t+1)=\varphi[z(t),x(t)]$, t=0,1,2,…(1)
$y(t+1)=\psi[z(t),x(t)]$, t=0,1,2,…(2)
ikinji jynsly F awtomat üçin:
$z(t+1)=\varphi[z(t),x(t)]$, t=0,1,2,…(3)
$y(t)=\psi[z(t),x(t-1)]$, t=1,2,…(4)
Ikinji jynsly awtomat üçin
$y(t)=\psi[z(t)]$, t=0,1,2,…(5)
bu ýerde x(t) giriş üýtgeýänden çykyş funksiýasy bagly däldir, oňa Mura awtomaty diýilýär.
Şeýlelikde, ýokardaky (1) – (5) deňlemeler doly F awtomaty berýär. Haçanda S ulgam determinirlenen we onuň ýeke-täk girişine diskret x sugnal gelse. Ýagdaýlaryň sany boýunça tükenikli awtomaty huşly we huşsyz ýaly edip tapawutlandyrýarlar. Huşly awtomatlar birden köp ýadaýa eýedir. Huşsyz awtomatlar bolsa bir ýagdaýa eýedir. Şunlukda (2.4) boýunça kombinasion çyzgyt işi her bir giriş x(t) sygnalyna degişlilikde kesgitlenen çykyş y(t) sygnaly goýýar, şeýle hem logiki funksiýany aňladýar:
$y(t)=\psi[x(t)]$, t=0,1,2,…
Bu funksiýa Bully diýilýär, eger X we Y elipbiý, ýagny, olara x we y bahalary degişlidir we ol iki harpdan durýandyr. Diskret wagtyň hasabynyň häsiýeti boýunça tükenikli awtomatlar sinhron we asinhron ýaly bolünýär. Sinhron F – awtomatlarda wagtyň pursaty, ýagny, onda awtomat giriň sygnallary “hasaplaýar” ol bolsa sinhronirlenýän sygnallary kesgitleýär. “Hasaplalany” bilen sinhronirlenen

gezeginden soň we degişli (1)-(5) deňlemeler bilen täze ýagdaýa geçmeklik bolup geçýär we çykyşda signallary çykarmaklyk bolup geçýär. Şondan soň awtomat giriş sygnalyň indiki bahalaryny kabul edýär. Şeýlelikde her bir giriş signalyň awtomatynyň reaksiýasy bir taktda gutarýar, onuň dowamlylygy soňky sinhromi goňşy sinhronizirlenýän signallaryň arasyndaky interwal bilen kesgitlenýär.asinhron F-awtomat giriş signaly üznüksiz hasaplaýar we şonuň üçin hemişelik x ululykly giriş signalyň ýeterlikli uzyn bolmagyna täsir edýär. Ol (1)-(5) formulalardan gelip çykýar. Ol ýagdaýyny birnäçe gezek üýtgetýär, şol bir wagtda çykyş signallaryň degişli sanyny berýär, bu bolsa tä durnuklylyga geçýänçä dowam edýär we ol giriş berlenleri bilen üýtgäp bilmeýär.

Tükenikli F-awtomaty bermek üçin $F=<X,Y,\varphi,\psi,Z_0>$ köplügiň ähli elementlerini ýazmaklyk zerurdyr. Şeýle hem giriş, içki we çykyş elipbiýi, geçiş we çykyş funksiýalary hem ýazmaklyk zerurdyr. Ýagdaýlar köplüginiň arasynda z_0 ýagdaýy bellemek zerurdyr, onda awtomat t=0 wagtyň pursatynda bolmalydyr. F-awtomatyň işleýşiniň birnäçe usullary bardyr, ýöne köp halatlarda jedwel, grafiki we matrisaly usul ulanylýar.

Ýönekeý jedwel usuly tükenikli awtomaty bermekde geçiş we çykyş jedwelini ulanmaklyga esaslanandyr, onuň setirleri bolsa awtomatyň giriş signalyna degişlidir, sütünleri bolsa z_0 başlangyç ýagdaýa degişlidir. i-nji setiriň we k-nji sütüniň kesişmesinde geçiş jedweli degişli $\varphi(z_k,x_i)$ baha bilen ýerleşdirilýär.

Çykyş jedwelinde bolsa degişli $\psi(z_k,\ x_i)$ çykyş funksiýasynyň bahasy ýerleşdirilýär. Muranyň F-awtomaty üçin iki jedwel hem ýerleşdirip bolar, ýagny bellenen geçiş jedweli diýlip alynýar. Onda awtomatyň her bir z_k ýagdaýy jedweliň sütüni bolup bellenilýär. (5) formula laýyklykda $\psi(z_k)$ çykyş signalydyr.

Mili F-awtomatynyň işiniň ýazgysy φ-geçiş we ψ-çykyş bilen jedweli almaklyk şu aşakdaky 1-jedwelde getirilýär.

Mura F-awtomatyň ýazgysy geçiş jedweli bilen 2-jedwelde getirilýär.

Jedwel 1

x_i	z_k			
	Z_0	Z_1	. . .	z_k
	Gecişler			
X_1	$\varphi(z_0,x_1)$	$\varphi(z_1,x_1)$	. . .	$\varphi(z_k,x_1)$
X_2	$\varphi(z_0,x_2)$	$\varphi(z_1,x_2)$	. . .	$\varphi(z_k,x_2)$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
X_i	$\varphi(z_0,x_i)$	$\varphi(z_1,x_i)$	. . .	$\varphi(z_k,x_i)$
Cykyşlar				
X_1	$\psi(z_0,x_1)$	$\psi(z_1,x_1)$	. . .	$\psi(z_k,x_1)$
X_2	$\psi\ (z_0,x_1)$	$\psi\ (z_1,x_1)$	. . .	$\psi\ (z_k,x_1)$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
X_i	$\psi\ (z_0,x_1)$	$\psi\ (z_1,x_1)$	. . .	$\psi\ (z_k,x_1)$

Jedwel 2

x_i	$\psi(z_k)$			
	$\psi(z_0)$	$\psi(z_1)$	. . .	$\psi(z_k)$
	Z_0	Z_1	. . .	z_k
X_1	$\varphi(z_0,x_1)$	$\varphi(z_1,x_1)$	. . .	$\varphi(z_k,x_1)$
X_2	$\varphi(z_0,x_2)$	$\varphi(z_1,x_2)$	. . .	$\varphi(z_k,x_2)$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
X_i	$\varphi(z_0,x_i)$	$\varphi(z_1,x_i)$	. . .	$\varphi(z_k,x_i)$

Mili F-awtomaty jedwel usulynda bermeklik mysaly F1 üç ýagdaý bilen, iki giriş we iki çikiş signaly bilen 3-jedwelde berlendir, Mura F-awtomat F2 üçin bolsa 4 jedwelde brlendir.

Tükenikli awtomaty başga usulda bermeklik ugrukdyrylan graf düşünjesi ulanylýar. Awtomatyň grafi öz gezeginde depeleriň toplumyny aňladýar, ýagny, awtomatyň dürli ýagdaýlaryna degişli bolan we grafiň dugalarynyň depelerini birleşdirýän görnüşi ulanylýar. Eger x_k giriş signal z_i ýagdaýdan z_j ýagdaýa geçişi çagyrsa, onda duganyň awtomatynyň grafynda z_i depäni z_j depe bilen birleşdirýän we ol x_k bilen belgilenýär. Çykyş funksiýasyny bermek üçin grafyň dugasyny degişli çykyş signaly bilen bellemeli. Mili awtomaty üçin

V.Jedwel 3

x_i	z_k		
	Z_0	Z_1	Z_3
	Gecişler		
X_1	Z_2	Z_0	Z_0
X_2	Z_0	Z_2	Z_1
Cykyşlar			
X_1	y_1	y_1	y_2
X_2	y_1	y_2	y_1

VI. Jedwel 4

x_i	y				
	y_1	y_1	y_3	y_2	y_3
	Z_0	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
X_1	Z_1	Z_4	Z_4	Z_2	Z_2
X_2	Z_3	Z_1	Z_1	Z_0	Z_0

Bu aňladylyş şeýle amala aşyrylýar; Eger giriş x_k signal z_i ýagdaýa täsir edýän bolsa, onda aýdylanlara görä duga alynýar, ol bolsa z_i –den gelip çykýar we x_k bellenilýär; bu dugany goşmaça $y=\psi(z_i, x_k)$ çykyş signaly bilen bellenilýär.

Diskret – stohastiki model

Matematiki çyzgytlary gurmaklygyň aýratynlyklary

Matematiki çyzgytlary gurmaklygyň aýratynlyklaryna seredeliň, özem S derňelýän ulgamy funksionirlemek döwrüni formalaşdyrmakda diskret-stohastiki ýol ulanylýar. Bu ýolda wagty diskretleşdirmek tükenekli awtomatlar ýaly olara meňzeşlikde alynýar. Onda faktora stohastiki täsir etmek şeýle awtomatlaryň dürli görnüşliligi bilen ýoly hem ähtimallyklary awtomatlarda alynýar.

Ähtimallykly awtomat umumy görnüşde (iňlis sözi probabilistic automat) huş bilen maglumaty özgerdiji diskret ýaly seredýär. Ony diňe huşuň ýagdaýyna baglylykda statistiki ýazylyp biliner.

Ähtimallyklar awtomatlar (P-çyzgyt) çyzgydyny ulanmaklyk diskret ulgamlary taslamak usulynda işlemek üçin esasy baha eýedir.Ol bolsa tötänlikde statistiki kanunalşyrylýär. Bu hili ulgamlaryň algoritmiki mümkinçiliklerini aňlamak üçin we olaryň ulanylyşynyň maksadalaýyk çäklerini esaslandyrmak, şeýle hem diskret stohastiki ulgamlaryň saýlanan sintez meselesiniň çözgüdi üçin ulanylýar. Ol bolsa berlen çäklendirmeler bilen kanagatlandyrylýar.

P-awtomatyň matematiki düşünjesini girizeliň, onuň üçin F-awtomat üçin girizilen düşünjäni ulanalyň. G köplüge seredeliň, ýagny onuň elementleri bolup ähli mümkin bolan (x_i , z_s) jübütler girýär. Bu ýerde x_i we z_s – giriş X bölekköplügiň we degişlilikde ýagdaýlaryň Z bölekköplügidir. Eger iki sany φ we ψ funksiýalar bar bolsa, onda onuň kömegi bilen G → Z we G → Y, onda

F = < Z, X, Y, φ, ψ > determinirlenen tipli awtomaty kesgitleýär.

Seredilmä umumy matematiki çyzgydy girizeliň. Goý, Φ – ähli mümkin bolan (z_k, y_j) görnüşli jübütleriň toplumy bolsun, bu ýerde y_j – çykyş Y bölekköplügiň elementi. G köplügiň islendik elementi Φ köplükde indusirlenmeli we şu aşakdaky paýlanyş kanuna eýe bolmaly:

Elementler F . . .	(z_1, y_1)	(z_2, y_2)	. . .	(z_K, y_{J-1})	(z_K, y_J)
(x_i, z_s) . . .	b_{11}	b_{12}	. . .	$b_{K(J-1)}$	b_{KJ}

Bu ýagdaýda $\sum_{k=1}^{K}\sum_{j=1}^{J} b_{kj}=1$, bu ýerde b_{kj} – z_k ýagdaýda awtomatyň geçiş ähtimallygy we y_j signalyň çykyşynda emele gelýär, eger ol girişde z_s ýagdaýda bolan bolsa we wagtyň şu pursatynda oňa x_i signal geler. Jedwel görnüşinde berlen şu hili paýlanyşyň sany G köplügiň elementleriniň sanyna deňdir. Bu jedwelleriň köplügini B diýip belgiläliň. Onda elementleriň dörtlügi bolan

P = < Z, X, Y, B > ähtimallykly awtomat diýilýär (P - awtomat).

Goý, G köplügiň elementleri käbir paýlanyşyň kanunlaryny Y we Z bölekköplüklerde indusirleýär, ýagny ony degişlilikde şu aşakdaky görnüşde alyp bolar:

Y – den elementler	. . .	y_1	y_2	. . .	y_{J-1}	y_J
(x_i, z_s)	. . .	q_1	q_2	. . .	q_{J-1}	q_J
Z – den elementler	. . .	z_1	z_2	. . .	z_{K-1}	z_K
(x_i, z_s)	. . .	z_1	z_2	. . .	z_{K-1}	z_K

Bu ýagdaýda $\sum_{k=1}^{K}$ z_k=1 we $\sum_{k=1}^{J}$ q_k=1, bu ýerde z_k we q_k – Pawtomatyň z_k ýagdaýa geçiş ähtimallygy we y_k çykyş signalyny emele getirýän bolmaly hem-de P-awtomat z_s ýagdaýda bolmaly we onuň girişine x_i signal gelmeli şertinde alynýar.

Eger ähli k we j $q_k z_j = b_{kj}$ gatnaşygy bar bolsa, onda bu hili P – awtomata Miliniň ähtimallykly awtomaty diýilýär. Bu talap paýlanyşyň täze P – awtomat ýagdaý üçin we onuň çykyş signaly üçin bagly dällik şertini ýerine ýetirýändigini aňladýar.

Muranyň awtomat ähtimallygy

Goý, indi P-awtomatyň çykyş signalyny kesgitlemek şol bir ýagdaýa bagly bolup, onda işiň berlen taktynda awtomat bolmalydyr. Başga sözler bilen aýdanymyzda, goý Y çykyş bölekköplügiň her bir çykyş elementi çykyş ähtimallygyny şu aşakdaky görnüşde paýlaýar:

Y – den elementler	. . .	y_1	y_2	. . .	y_{K-1}	y_K
z_K	. . .	s_1	s_2	. . .	s_{I-1}	s_I

Bu ýerde $\sum_{i=1}^{I}$ s_i =1, bu ýerde s_i – çykyş y_i signalyň emele gelmek ähtimallygy, ýöne z_k ýagdaýda P – awtomat ýerleşmeli diýen şert ýerine ýetmelidir.

Eger ähli k we i üçin $z_k s_i = b_{ki}$ gatnaşyk ýerine ýeter. Bu ýagdaýda P-awtomata Muranyň awtomat ähtimallygy diýilýär. Miliniň we Muranyň P – awtomaty düşünjesi determinirlenen F – awtomat bilen meňzeşlikde girizilýär. Ol F=<Z, X, Y, φ, ψ > bilen beriler. P – awtomatyň bölek ýagdaýy P=<Z, X, Y, B> ýaly berilse, onda täze ýagdaýa geçýän ýa-da çykyş signal determinirlenen bolup geçýär. Eger çykyş signal P – awtomat determinirlenen bolup kesgitlense, onda bu hili awtomata Y – determinirlenen ähtimallykly awtomat diýilýär. Eger P – awtomatyň çykyş signaly determinirlenen bolup kesgitlense, onda bu hili awtomata Y – determinirlenen ähtimallykly awtomat diýilýär. Edil şuňa meňzeşlikde Z – determinirlenen ähtimallykly awtomat diýip P – awtomata aýdylýar, ýagny onuň täze ýagdaýyny saýlamaklyk determinirlen bolýar.

z_k	z_k				
	z_1	z_2	...	z_{K-1}	z_K
z_1	p_{11}	p_{12}	...	$p_{1(K-1)}$	p_{1K}
z_2	p_{21}	p_{22}	...	$p_{2(K-1)}$	p_{2K}
...	...	...	...	...	...
z_K	p_{K1}	p_{K2}	...	$p_{K(K-1)}$	p_{KK}

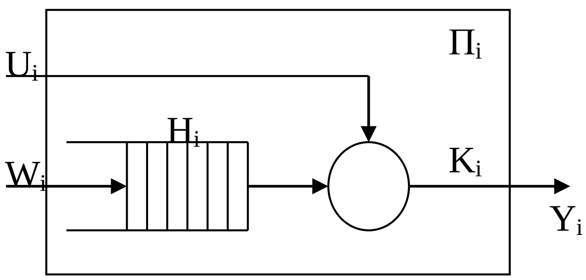
Görnüşi ýaly matematiki apparatyň nukdaý nazaryndan berlen Y – determinirlenen P – awtomaty ýagdaýlaryň tükenikli köplügi bilen käbir diskret markow zynjyryna ekwiwalentdir. Şonuň üçin hem Markow zynjyrynyň apparaty analitiki hasaplamalar üçin P-shemany ulanmakda esasy bolup durýar. Şuňa meňzeş P – awtomatlar Markow yzygiderlidiniň generatory hökmünde ulanylýar. Ol bolsa S ulgamy ýa-da E daşky gurşawyň täsirini funksionirleýän prossesi amala aşyrmakda we gurnamakda zerurudyr.

Derňelýän ulgamyň dürli häsiýetnamalarynyň bahalary üçin P – çyzgyt görnüşinde aňladylyp, analitiki model ýagdaýyna seredilenlerden başgalara ulanyp bolýar we mysal üçin imitasion modele statistiki model usulyny ulanyp bolar.

Üznüksiz – stohastiki model

Üznuksiz – stohastiki ýoluň aýratynlyklary

Üznuksiz – stohastiki ýoluň aýratynlyklaryna toparlaýyn hyzmat ediş ulgamynyň tipli matematiki çyzgydy hökmünde bir mysalda ulanylyşyna seredeliň, (iňlis sözünden queueing sysytem), ýagny olary Q – çyzgytlar diýip atlandyrarys. Toparlaýyn hyzmat ediş ulgamy öz gezeginde matematiki çyzgytlaryň klasyny emele getirýär, toparlaýyn hyzmat ediş ulgamynda işlenilen we ulgamlary funksionirlemek prossesini formalaşdyrmak üçin dürli amaly ulanylmalar, ýagny öz aňladylyşy boýunça hyzmat ediş prossesi bolýar. Hyzmat ediş prossesi hökmünde öz fiziki tebygaty boýunça dürli görnüşde aňladylyp ykdysady, önümçilikli, tehniki we beýleki ulgamlarda funksionirlenýär, mysalüçin : käbir edara önümi getiýän akym, detallaryň we sehiň konweýerinde toplanýan önümleriň akymy, ýok edilen terminallardan EHM – iň maglumatyny işläp taýýarlaýan talaplar bolup durýar. Şeýle obýektleriň işlemegi üçin häsiýetli bolup hyzmat etmegiň we wagtyň tötän pursatynda hyzmaty tamamlaýan tötän talaplaryň ýüze çykmagy bolup durýar. Şeýle hem olaryň funksionirlenmek döwrüniň stohastiki häsiýeti boýunça alynýar. Köpçülikleýin hyzmat edişiň esasy düşünjesinde durup geçeliň, ýagny Q – çyzgydy ulanmak üçin zerur bolan analitiki we şeýle hem imitasion ýol bilen ulanyp bolýar. Islendik elementar hyzmat edişiň aktynda iki sany esasy düzüjini belläp bolýar: talaba hyzmat edişe garaşmak we talaplara hususy hyzmat etmek. Bu bolsa käbir Π_i hyzmatyň I-nji enjamy görnüşinde şekillendirip bolýar, özem H_i talaplar toplumyndan düzülen şol bir wagtda $l_i = 0$, L_i^H talaplar ýerleşip biler.



Surat 2.6

Bu ýerde L_i^H – i-nji toplaýjynyň syklygy, K_i – talaplara hyzmat edişe talaplar. Π_i hyzmat ediş enjamynyň her bir elementine wakalaryň akymy gelýär: H_i toplaýjyda w_i talaplaryň akymy u_i hyzmat edişiň akymy K_i kanalyna gelýär.

Wakalaryň akymy diýip wagtyň haýsydyr bolsa bir tötän pursatynda biri-biriniň yzyndan geçýän wakalaryň yzygiderligine aýdylýar. Wakalaryň birjynsly we birjynsly däl akymlary tapawutlandyrylýar. Wakalaryň akymlaryna birjynsly

diýilýär, haçanda eger ol bu wakalaryň gelýän pursatynda häsiýetlenýär we yzygiderlik bilen berilmeli: $\{t_n\} = \{0 \leq t_1 \leq t_2 \ldots \leq t_n \leq \ldots\}$, bu ýerde t_n – n-nji wakanyň gelýän pursaty – otrisatel däl hakyky san.Wakalaryň birjynsly akymy şeýle hem n-nji we (n-1)-nji wagt aralygynda yzygiderli görnüşde $\{\tau_n\}$ wakalarda, ýagny $\{t_n\}$ pursatlary çagyrýan yzygiderlik bilen birbelgili baglanyşylan bolmaly, bu ýerde $\tau_n = t_n - t_{n-1}$, $n \geq 1$, $t_0 = 0$ we $\tau_1 = t_1$.
Birjynsly däl wakalaryň akymy diýip – $\{t_n, f_n\}$ yzygiderlige aýdylýar, bu ýerde t_n – çagyrylýan pursatlar; f_n – wakalryň nyşanlarynyň toplumy. Mysal üçin, talaplaryň birjynsly äl akymy üçin hyzmat ediş prossesinde ulanylýan talaplaryň şol ýa-da başga çeşmesine degişli bolan kanalyň tipi boýunça hyzmat ediş mümkindir.

Adatça ulanylmalarda dürli ulgamlary modelirlemekde K_i hyzmat edişiň elementar kanalynda ulanmak bolýar, ýagny talaplaryň akymy w_i€W bolmaly. Şeýle hem K_i çykyşda talaplaryň emele gelmek pursatlarynyň arasyndaky wagtyň interwaly dolandyrylmaýan üýtgeýänleriň bölekköplügini emele getiýär. Hyzmat edişiň akymy bolsa u€U bolar. Talaplary hyzmat etmekde başlangyç we soňky wagtyň interwalynyň arasynda dolandyrylýän bölekköplükleriň bölekköplügini emele getirýär.
K_i kanal bilen hyzmat edilýän talaplar we Π_i enjamy dürli sebäplere görä taşlan, ýagny hyzmat edilmeýänler çykyş akymy emele getirýär y_i€Y, şeýle hem talaplaryň çykyş pursatynda wagt aralykdaky interwal çykyş üýtgeýänleriň bölekköplügini emele getirýär. Π_i hyzmat ediş enjamyny funksionirlemek prossesini $z_i(t)$ wagt boýunça onuň elementiniň ýagdaýyny üýtgetýän prosses hökmünde alyp bolar. Π_i üçin täze ýagdaýa geçiş talaplaryň mukdaryny üýtgetýär, ýagny onda hem ýerleşmeli (K_i kanalda we H_i toplaýjyda ýerine ýetirilýär). Şeýlelikde, Π_i üçin wektor ýagdaýy $z_i = (z_i^H, z_i^K)$ görnüşde bolýar, bu ýerde z_i^H – H_i toplaýjynyň ýagdaýy ($z_i^H = 0$ – toplaýjy, $z_i^H = 1$ – toplaýjyda bir talap bar, . . ., $z_i^H = L_i^H$ – toplaýjy dolylygyna dolduryldy); L_i^H – H_i – toplaýjynyň syklygy, ol talaplaryň sanyny ölçeýär, ýagny onda hem ýerleşip bilmeli. Z_i^K – K_i kanalyň ýagdaýy ($z_i^K = 0$ – kanal boş, $z_i^K = 1$ – kanal boş däl we şuňa meňzeşler).
Ulgamlary modelirlemek tejribesinde çylşyrymly gurluşly baglanyşyga we geçirmek algoritmine eýe bolan hyzmat edişiň aýratyn bolmadyk ulanylyşyň formalaşmagy üçin Q – çyzgyt Π_i hyzmat edişiň köp elementar enjamlarynyň toplumyny emele getirýär. Eger hyzmat edişiň dürli enjamlarynyň K_i kanaly parallel birleşdirilen bolsa, onda köpkanally hyzmat ediş ähmiýete eýedir (köpkanally Q – çyzgyt). Şeýlelikde, Q – çyzgydy bermek üçin R çatrym operatoryny ulanmak zerur bolýar, ol öz gezginde gurluşyň elementleriň arasyndaky baglanyşygy aňladýar.

Q – çyzgydyň elementleriniň arasyndaky baglanyşyk ugur görnüşinde aňladylýär. Açyk we ýapyk Q – çyzgytlary biri-birinden tapawutlandyrýarlar. Ýapyk Q – çyzgytda hyzmat edilen talaplaryň çykyş akymy täzeden haýsydyr bir elemente gelip bilmeýär.
Şeýlelikde, Q – çyzgyt islendik kynçylykdaky köpçülikleýin hyzmat edişiň ulgamyny funksionirlemek döwrüni ýazýar. Ol birbelgili görnüşde şu aşakdaky ýagdaýda bolýar:
$Q = < W, U, H, Z, R, A >$.

Ýönekeýleşdirýän çaklamalaryň hatarynda giriş W akymyň we U hyzmat ediş akymyň elementleriň gurluşynyň R çatrym operatory ýapyk ulgamda birfazaly birkanally hyzmat edişdir. H hususy parametrleriň bölekköplügidir, ähtimal wagtlaýyn häsiýetnamalaryň A talaplara hyzmatynyň operatorynyň algoritmine analitiki apparaty ulanmak bolýar.

Umumylaşdyrylan model

Ulgamlary funksionirlemek döwrüniň formal ýazgysynyň belli umumy ýoly N. P. Buslenko tarapyndan hödürlenýän ýoldur. Bu ýol üznüksiz we diskret ýoly ýazmaga mümkinçilik berýär. Determinirlenen we stohastik ulgamlary deňeşdirmek boýunça agregatly ulgam çykyş edýär. Ol öz gezeginde A – çyzgyt diýlip atlandyrylyp umumy görnüşe eýedir.

Ulgamlary we meseleleri modelirlemek guşawynyň derňewi EHM-de modelirlemek usulynyň kömegi bilen çözülýär. Meseläniň toplumlaýyn çözülişi modeli döretmek döwründe ýeke-täk formel matematiki çyzgyda eýe bolmaly. Bu çyzgyt şol bir wagtda birnäçe çyzgytlary ýerine ýetirýär:

Modelirlemek obýektiniň matematiki ýazgysy adekwat bolmaly, şeýle hem S ulgam algoritmleri gurnamak üçin esasy bolup hyzmat etmeli we M modeli almakda programma düzülmeli. Bu bolsa analitiki derňewe getirer.

Getirilen talaplar kesgitli derejede garşylyklydyr. Matematikada gurnalan we amaly matematikada hususy halda gurnalan agregat ýagdaýda ilki bilen formal kesgitleme berilýär. Signallary geçirmekligiň bagly dälligi her bir giriş kontakty üçin şu aşakdaky görnüşe eýedir:

$$X_i^{(n)} \in \bigcup_{n=0}^{N_A} \{X_i^{(n)}\}$$

Şu aşakdaky çykyş kontakty hem degişlidir:

$$Y_l^{(n)} \in \bigcup_{n=0}^{N_A} \{Y_j^{(n)}\}$$

Bu ýerde $\bigcup_{n=0}^{N_A} \{Y_j^{(n)}\}$ - A – çyzgydyň we daşky E gurşawyň ähli elementleriniň giriş baglanyşyklaryň köplügi.

Köpçilikleýin hyzmat edişiň modeli

Köpçülikleýin hyzmat ediş ulgamynyň esasy häsiýetnamasynyň hasaplanylyşy

Goý köpçülikleýin hyzmat ediş ulgamy (KHU) n - liniýalardan dursun we şol liniýalara intensiwlik bilen ýönekeý akymy gelip düşýän bolsun. Egerde isleg gelip düşen wagtynda boş liniýa bar bolsa, onda ol haýsy bolsada bir liniýany eýelär we hyzmat edilip başlanar. Egerde isleg gelip düşen wagtynda liniýalar boş däl bolsa, onda ol kabul edilmeýär. Hyzmat ediliş dowamlylygy bu görkeziji paýlama kanunly tötän ululyk.

Ulgamnyň ýagdaýy astynda şol ulgamdaky islegleriň sanyny göz öňünde tutarys, onda biziň ulgam ýagdaylaryň birinde bolup biler. Ulgamda t-momentde k-islegler bolmalydygyny P(t) ähtimallyk bilen belläliň. Biziň proses üçin bolanda ähtimallyklar käbir hemişelik sanlara ymtylýarlar şol sanlar başlangyç maglumatlara bagly däldir.

Biziň meselämiz seredilýän ulgamnyň P_0, P_1, P_k sanlar ähtimallyklaryny we käbir häsiýetnamalaryny tapmakdan ybaratdyr.Gysgalyk üçin h uly islän üznüksiz kiriliki O (h) bilen belläliň. Girýän akym ýönekeý bolýanlygy üçin, h wagtyň aralygynda iň azynda bir islegiň gelen düşmegi λh+o(h) ululyga deň bir islegden köp gelip düşmegi bolsa o(h) ululyga deň bolýar. belli bolşy ýaly, hyzmat edişligiň gökeziji paýlama dowamlylygy hyzmat edişiň galan bölegi şol wagtyň dowamlylygyna bagly däldir. Şoňa görä, egerde haýsyda bir linýa şu wagtda eýelenen bolsa, onda onuň üçin h wagtyň dowamynda (ýa-da onda hem köp) ähli bolmaklygyň ähtimallygy e^{-h} deňdir, eger-de k sany linýalar eýelenip bolsa, onda olaryň hemmesiniň h wagtyň böleginde eýelenen bolmalydygynyň ähtimallylygy e^{-kh} deňdir; şol linýalaryň iň azyndan bir boş bolmalydygynyň h wagtyň böleninde $1-e^{-kh}$= kh + 0 (h) deňdir islegleriň gelip düşmegi we linýalaryň boşamagy elementar wakalary aňladýar. Wagtyň h uzynlygynyň böleginde azynda bir elementar wakanyň gelmekliginiň $h \to 0$ bolanda ähtimallygy h asimptotiki proporsionaldyr; h uzynlykda iki ýada ondan hem köp elementar wakalaryň gelmekliginiň ähtimallygy 0(h) ululykdyr. Wagtyň haýsyda bir momentde S_i ýagdayda bolýan t wagtda S_k ýagdaýa girýändiginiň şertli ähtimallygyny $P_{ik}(t)$ $(0 \le t \le n, 0 \le k \le n)$.

Onda $P_{ik}(t) \ge 0$ $\sum_{k=0}^{w} P_{ik}(t)=1$ (1).

Ýokarda getirlen bellikler $h \to 0$ bolanda ýagdaýdaky $P_{ik}(h)$ girişi ähtimallyklaryň asimptotiki aňlatmalaryny tapmaga kömek edýär. Egerde $|i = k| > 1$ bolsa, onda S_i ýagdaydan S_k ýagdaýa geçmeklik azynda iki elementar wakalaryň bolmagyny talap edýär, onuň üçin ýokarda aýdylşy ýaly $h \to 0$ bolanda;

$P_{ik}(h)=0$ (h) $(|i = k| > 1)$ (2).

Soňra S_k ýagdaýan S_{k+1} ýagdaýa girmeklik ýada bir, ýada bir hem köp wakalaryň bolmagy, ýada birnäçe elementar wakalaryň bolmaklygy talap edilýär. Şonuň bilen:

$P_{kk-1}(h)=kh+0(h)$.

netijede 2,3 we 4 görä (1) deňlikden alarys;

$P_{kk}(h)=1-P_{kk}+1(h)-P_{kk-1}(h)+0(h)=1-\lambda$ h-k ν h+0(h) $(1 \le k \le n-1)$

k=0 we k=n bolanda deň derejede şeýle alyp bolýar;

$P_{00}(h)=1-\lambda$ h+0(h)

$P_{nn}(h)$=1-n ν h+0(h)

egerde t>0, h>0, $0 \le i \le n, 0 \le k \le n$ bolsa , onda $P_{ik}(t+h)=\sum_{r=0}^{n} P_{ik}(t)\, P_{ir}(h)$ (5).

Bu deňlik doly ähtimallygyň ýönekeý ulanmagynyň netijesidir.

Repman Kompogorowyň deňlemesi

Goý, ulgamnyň wagtyň başlangyç momentinde $S_i(0 \le i \le n)$ ýagdaýa bolandygynyň ähtimallygy $P_i(0)$ bolsun. Onda doly ähtimallygyň formulasyna görä t wagtyň momentinde $S_k(0 \le k \le n)$ ýagdaýda tapmaklygyň ähtimallygy $P_i(t)=\sum_{i=0} P_i(0)\, P_{ik}(t)$ deňdir. Egerde (5)deňligiň tarapyny hem $P_i(0)$ köpeltsek we i-a görä 0-dan n çenli

jemlesek $Pk(t+h)= \sum_{i=0} P_r(t)\, P_{rk}(t)$ (6).

Bu deňleme Repman Kompogorowyň deňlemesi diýilýär.Ýokarda getirlen geçiş ähtimallyklar üçin aňlatmalary ulanyp Repman Kompogorowyň deňlemesinden alarys;

$P_0(t+h)=P_0(t)\,(1-\lambda\, h)+P_1(t)\,\nu\, h+0(h)$

$P_k(t+h)=P_{k-1}(t)\,\lambda\, h+P_k(t)\,(1-\lambda\, h-k\,\nu\, h)+ P_{k+1}(t)(k+1)\,\nu\, h$

$P_n(t+h)=P_{n-1}(t)\,\lambda\, h+P_n(t)\,(1-n\,\nu\, h)+0(h)$

Bu ýerden $\frac{P0(t+h)-P0(t)}{h}=\lambda\, P_0(t)-(\lambda+k\,\nu)\, P_k(t)+(k+1)\,\nu\, P(t)+k+1+0(1)$

$\frac{Pk(t)-Pk(h)}{h}=\lambda P_{k-1}(t)-(\lambda+k\,\nu)\, P_k(t)+(k+1)\,\nu\, P_{k+1}(t)+0(1)$

$\frac{Pn(t+h)-Pn(h)=}{h}=\lambda\quad P_{n-1}(t)+ n\nu\, P_n(t).$

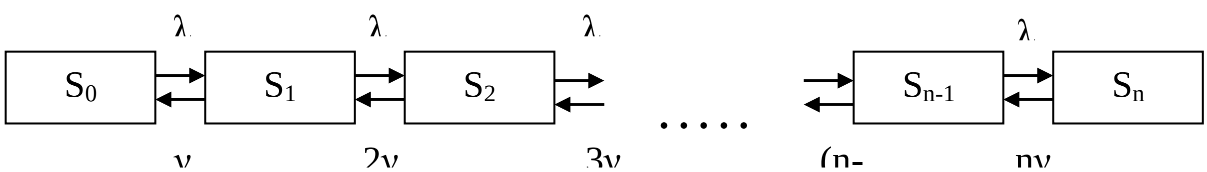
$h \longrightarrow 0$ bolanda alynan deňlikleriň sag tarapynda predel bar bolýar, şeýlelikde $P_k(t)$ ähtimallyklaryň hasyly bardyr, we

$P_0\,(t)=-\lambda\quad P_0(t)+\nu\, P_1(t)$

$P_k(t)=-(\lambda+k\,\nu)\, P_k(t)+\lambda\, P_{k-1}(t)+(k+1)\,\nu\, P_{k+1}(t)$

$P_n(t)=\lambda\quad P_{n-1}(t)-n\nu\, P_n(t).$

Alynan differensiýal deňlemeleriň bir hilli gyzykly ulgamsy Erlandyň ulgamsy diýen ady göterýär.Bu ulgam belli metodlar bilen çözülýär, egerde ýagdaýlaryň başlangyç ähtimallyklary berilen bolsa $P_k(0)\,(0 \le k \le n)$ egerde ulgamnyň ýagdaýlarynyň bellenen grafyny gursak, ýagdaýlaryň ähtimallyklary üçin defferensial deňlemeler ulgamsyny gös göni alyp bolýar. Seredilýän ulgamnyň ýagdaýlarynyň bellenen grafy şeýle görnüşde bolýar.



Deňlemeleriň gurluşy

Deňlemeleriň gurluşyna ünis bereliň. Olaryň hemmesi belli kanun boýuça gurulan, ony şeýle formulirläp bolýar. Her bir deňlemäniň çep tarapynda ýagdaýýň ähtimallygynyň hasyly bar, we sag tarapynda, şol ýagdaý bilen strelka bagly bolsa şonça hem çlenlar bardyr. Egerde ugur ýagdaýdan ugur alýan bolsa, onda laýyklykly agza "minus" ähmiýeti bilen bolýar. Eger ýagdaýa tarap urukdyrlan bolsa "plýus" ähmiýeti her bir çlen geçiş ähtimallygynyň dykyzlygynyň strelkanyň ugur alýana ýagdaýynyň ähtimallygyna köpeldilen köpeltme hasylyna deň. Bu ýagdaýlaryň ähtimallyklary üçin differensial deňlemeleri düzmek kanuny umumy kanun bolýar we islän üznüksiz mark zynjyry üçin hem adalatlydyr,onuň kömegi bilen mehaniki her hili gürrüňsiz ýagdaylaryň ähtimallygy üçin differensial deňlemeleri gös göni ýagdaylaryň bellenen grafy arkaly düzüp bolýar.

$t \to 0$ bolýandygy üçin denlemeler ulgamsynyň sag taraplary belli bir predellere ymtylýarlar, onda çep taraplarynyň hem predelleri bolmalydyr. Bu predel nola deňdir, çünki oňa garşy ýagdaýda, eger-de haýsy-da bir $P_k(t)$ noldan artyk bir sana ymtylsa, onda şoňa laýyklykda $P_k(t)$ ähtimallyk hem $t \to \infty$ bolanda absalýut ululukda çäkli öser, bu bolsa bolmaýar. Şonuň bilen biz şu netijä gelýäris:

$$P_k(t) \to 0 \ (t \to \infty) \ (0 \le k \le n)$$

$t \to \infty$ bolanda 7 ulgamda predellere geçip, alýarys:

$$\begin{cases} -\lambda P_0 + P_1 = 0 \\ \lambda P_{k-1} - (\lambda + k\nu) P_k + (k+1)\nu P_{k+1} = 0 \quad (8) \\ \lambda P_{n-1} - n\nu P_n = 0 \end{cases}$$

eger-de $\lambda P_{k-1} \to k\nu P_k = z_k$ diýip alsak,

onda (8) ulgam şu görnüşde ýazylmaly mümkin;

$$Z_1=0$$
$$Z_k=-Z_{k+1}=0$$
$$Z_n=0$$

Şu ýerden $Z_k=0$ gelip çykýar, şonuň bilen $P_k=\frac{\lambda}{\nu\kappa}P_{k-1}$,

şeýlelikde $P_k=\frac{\left(\frac{\lambda}{\nu}\right)^{\kappa}}{\kappa!}P_0$ (9)

$\sum_{k=0}^{n} P_k = 1$ bolýandygy üçin, onda $P_o=\frac{1}{\sum_{k=0}^{n}\frac{(\lambda/\nu)^n}{k!}}$

$\left(\frac{\lambda}{\nu}\right)=\rho$ diýip belläris. Bu gatnaşygyň şeýle manysy bar: ρ ululyk islegleriň orta sanyny, k^xc orta hyzmat ediş wagtyň bir islegiň gelmekligini aňladýar. Ýazgy göz öňünde tutulyp, (9) formula şeýle görnüşde bolýar:

$$P_k = \frac{\rho^k / k!}{\sum_{S=0}^{n} \frac{\rho^S}{S!}} \quad (k = 0,1,...,n) \qquad (10)$$

(10) formulalar Erlanggyň formulasy diýilýär. P_0, P_1, ..., P_n ähtimallyklary bilen, ulgamnyň stasionar häsiýetnamalaryny kesgitleýär bolýar: absolýut geçiriji ukyby – A (wagtyň birliginde ulgamnyň hyzmat edip bilýän islegleriň ortaça sany); q – otnositel geçiriji ukyby (ulgam tarapyndan hyzmat edilýän, gelip düşen islegleriň orta bölegi; ýa-da wagtyň bir böleginde ulgamnyň hyzmat ediji, islegleriň ortaça sanynyň, şol wagtyň içinde gelip düşýän islegleriň ortaça sanyna gatnaşygy); kabul edilmeýändigiň ähtimallygy P_{ink} we eýeli kanallaryň ortaça sany.

Eger-de hemme liniýalar eýeli bolsa, onda isleg kabul edilmeýär. Munuň ähtimallyklygy $P_{ink} = P_n = \rho^n / n! \Big/ \sum_{S=0}^{n} \rho^S / S!$ (11) deň.

Islegiň hyzmat edilşine kabul edilmeli ähtimallygy (bu hem otnositel geçirigiň ukyby q) P_{ink} ululygy bireçenli dolandyrýar.

$$q=1-P_{ink}=1-\rho_n \qquad (12)$$

Otnositel geçiriji q ukyby bilip, absolýut geçiriji Δ ukyby tapyp bolýar. Olar şu gatnaşyk bilen bagly: $\Delta=\lambda q=\lambda(1-P_n)$ (13).

Durmaly köpçülikleýin hyzmat ediş ulgamyny

Durmaly köpçülikleýin hyzmat ediş ulgamynyň wajyp häsiýetnamalarynyň biri bu eýeli liniýalaryň ortaça sany (berilen ýagdaýda ol ulgamdaky islegleriň orta sany bilen gabat gelýär). Muny $\bar{k}$ orta san bilen belläris. $\underline{k}$ ululygy 0,1,...,n ähmiýetlere eýe bolýan, P_0,P_1, ..., P_n laýykly ähtimallykly diskret tötän ululygyň matematiki garaşmasy diýip hasaplan bolýar.

$$\bar{k} = \sum_{k=0}^{n} kP_k = \sum_{k=0}^{n} k\frac{\rho^k}{k!}P_0 = \rho\sum_{k=1}^{n}\frac{\rho^{k-1}}{(k-1)!}P_0 = \rho(1-P_n) \qquad (14)$$

Mysal üçin liniýaly awtomatiki telefon stansiýasyna ýönekeý çagyryş akymy gelip düşýär. Hemme liniýalaryň eýeli momentinde gelen çagyrma, kabul edilmeýär. Ortaça bir minutda bir çagyrma duşýar. Gepleşigiň ortaça dowamlygy iki minut. Ulgamnyň stasionar häsiýetnamalaryny kesgitlemeli:

1. Ret etmekligiň ähtimallygy.
2. Otnositel geçiriji ukyby.
3. Absolýut geçiriji ukyby.
4. Eýeli liniýalaryň ortaça sany.

Çözüm: Çagyrma akymynyň tizligi, şertlere görä λ=1 deň. Hyzmat ediş akymynyň ν parametriki kesgitlemäniň $\nu = \frac{1}{th} = \frac{1}{2} = 0{,}5$. (2) formula ret etmekligiň ähtimallygyny taparys:

$$P_{ink} = P_3 = \frac{\rho^3/3!}{\sum_{S=0}^{3} \rho^S/S!} = \frac{2^3/3!}{1+2/1!+2^2/2!+2^3/3!} = \frac{4}{19} \approx 0{,}21$$

Bu ähtimallyga görä, gelip düşen çagyrmalaryň 21%-e ýakyny hyzmat etmeklige kabul edilmeýär. Otnositel we absolýut geçiriji ukyplary şulara deň:

$$q = 1 - P_{ink} = 1 - \frac{4}{19} = \frac{15}{19}$$

$$A = \lambda q = q = \frac{15}{19}$$

Eýeli liniýalaryň ortaça sanyny (14) formula görä hasaplarys: $\overline{k} = \rho(1-P_n) = 2(1-P_3) \approx 2(1-0{,}21) = 1{,}58$ meseleler.

ATS bir wagtda 5 abonente hyzmat etmäge niýetlenen. ATS-e ortaça 30 sekund bir çagyryş düşýär. Her bir gepleşik ortaça 2 minut dowam edýär. Eger-de abonent ATS-de boş liniýa tapmaly, onda onuň çagyryşy kabul edilmeýär.

Abonentiň hyzmat ediljekdiginiň ähtimalygyny we ulgamnyň başgada stasionar häsiýetnamalaryny kesgitlemli.

20 san ýerli awtoduralga awtomobilleriň ýönekeý akymy gelýär. Ol akym boş ýer bolýança gelip durýar. Bir sagadyň dowamynda ortaça 4 awtomobil gelýär. Awtomobilleriň duralga ortaça wagty 15 minut. Köpçülikleýin hyzmat ediş ulgamyny stasionar häsiýetnamalaryny hasaplamaly.

Edebiýat

1. Türkmenistanyň Konstitusiýasy. Aşgabat, 2008.
2. Gurbanguly Berdimuhamedow. Ösüşiň täze belentliklerine tarap. Saýlanan eserler. I tom. Aşgabat, 2008.
3. Gurbanguly Berdimuhamedow. Ösüşiň täze belentliklerine tarap. Saýlanan eserler. II tom. Aşgabat, 2009.
4. Gurbanguly Berdimuhamedow. Garaşsyzlyga guwanmak, Watany, halky söýmek bagtdyr. Aşgabat, 2007.
5. Gurbanguly Berdimuhamedow. Türkmenistan – sagdynlygyň we ruhubelentligiň ýurdy. Aşgabat, 2007.
6. Türkmenistanyň Prezidenti Gurbanguly Berdimuhamedowyň Ministrler Kabinetiniň göçme mejlisinde sözlän sözi. (2009-njy ýylyň 12-nji iýuny). Aşgabat, 2009.
7. Türkmenistanyň Prezidentiniň "Obalaryň, şäherleriň, etrapdaky şäherçeleriň we etrap merkezleriniň ilatynyň durmuş-ýaşaýyş şertlerini özgertmek boýunça 2020-nji ýyla çenli döwür üçin" Milli maksatnamasy, Aşgabat, 2007.
8. "Türkmenistany ykdysady, syýasy we medeni taýdan ösdürmegiň 2020-nji ýyla çenli döwür üçin Baş ugry" Milli Maksatnamasy, "Türkmenistan" gazeti, 2003-nji ýylyň 27-nji awgusty.
9. "Türkmenistanyň nebitgaz senagatyny ösdürmegiň 2030-njy ýyla çenli döwür üçin Maksatnamasy". Aşgabat, 2006.
10. Judakowa G.kompýuterde hasaplamagyń matematiki usullary we modelleri. Leksiýalar konspekti. 2005 ý.
11. Леонтьев В.А.Реализация математических моделей на ЭВМ.М.1981
12. Методы математического моделирования и вычислительной диагностики.Под ред. акад.Тихонова А.Н.
13. Бусленко Н.П. Математическое моделирование производственных процессов.М.1974
14. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа - М., 1981
15. Гурова Л.И., Сахаров С.С. Прикладные программы - М.: Статистика.
16. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем - М.:1985.
17. Ван Тассел Д. Стиль, разработка, эффективность, отладка и испытание программ. Пер. с англ. - М.: 1985.
18. Таха Х. Введение в исследование операций. Пер. с англ. Кн.1 - М.: Мир, 1985.
19. Таха Х. Введение в исследование операций. Пер. с англ. Кн.2 - М.: Мир, 1985.
20. Венцель Е.С. Исследование операций - М.1985

Mazmuny